

**CENTRO UNIVERSITÁRIO INTERNACIONAL UNINTER
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO E NOVAS
TECNOLOGIAS**

MELISSA SAMANTA HOLETZ

**UTILIZANDO A GAMIFICAÇÃO E A METODOLOGIA DE ENSINO
DE SINGAPURA PARA TRABALHAR COM AS OPERAÇÕES
MATEMÁTICAS BÁSICAS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

CURITIBA

2019

**CENTRO UNIVERSITÁRIO INTERNACIONAL UNINTER
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO E NOVAS TECNOLOGIAS**

MELISSA SAMANTA HOLETZ

**UTILIZANDO A GAMIFICAÇÃO E A METODOLOGIA DE ENSINO DE
SINGAPURA PARA TRABALHAR COM AS OPERAÇÕES MATEMÁTICAS
BÁSICAS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

CURITIBA

2019

MELISSA SAMANTA HOLETZ

**UTILIZANDO A GAMIFICAÇÃO E A METODOLOGIA DE ENSINO DE
SINGAPURA PARA TRABALHAR COM AS OPERAÇÕES MATEMÁTICAS
BÁSICAS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Educação e Novas Tecnologias, como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Educação e Novas Tecnologias.

Área de Concentração: Educação

Orientador: Prof. Dr. Germano Bruno Afonso

CURITIBA

2019

H729u Holetz, Melissa Samanta
Utilizando a gamificação e a metodologia de ensino de Singapura para trabalhar com as operações matemáticas básicas nos anos iniciais do ensino fundamental / Melissa Samanta Holetz. - Curitiba, 2020.
145 f. : il. (algumas color.)

Orientador: Prof. Dr. Germano Bruno Afonso
Dissertação (Mestrado Profissional em Educação e Novas Tecnologias) – Centro Universitário Internacional UNINTER.

1. Matemática – (Ensino fundamental). 2. Jogos educativos. 3. Educação – Singapura. 4. Matemática – Estudo e ensino – Metodologia. 8. Matemática – Estudo e ensino – Inovações tecnológicas. I. Título.

CDD 371.334

Catálogo na fonte: Vanda Fattori Dias - CRB-9/547

CENTRO UNIVERSITÁRIO INTERNACIONAL UNINTER
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA E EXTENSÃO-PGPE
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO E NOVAS TECNOLOGIAS
Secretaria do Mestrado Profissional em Educação e Novas Tecnologias

Defesa N° 006/2020

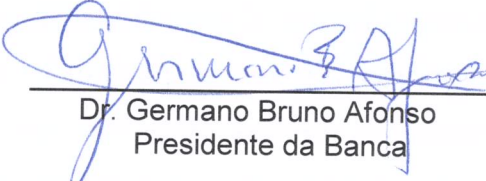
**ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO PARA CONCESSÃO DO GRAU DE MESTRE EM
EDUCAÇÃO E NOVAS TECNOLOGIAS**

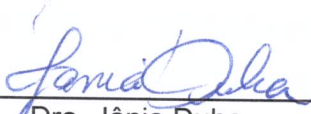
No dia 21 de fevereiro de 2020, às 16h, Sala 26, Campus Tiradentes do Centro Universitário Internacional UNINTER, sito à Rua Saldanha Marinho, 131 - Centro, Curitiba/PR., reuniu-se a Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Mestrado Profissional em Educação e Novas Tecnologias, composta pelos professores doutores: Germano Bruno Afonso (Presidente-Orientador-PPGENT/ UNINTER), Jânia Duha (Integrante Externo/IFPR), Siderly do Carmo Dahle de Almeida (Integrante Interno Titular-PPGENT/ UNINTER), Dra Marcia Maria Fernandes de Oliveira (Integrante Interno Suplente-PPGENT/ UNINTER) para julgamento da dissertação: "UTILIZANDO A GAMIFICAÇÃO E A METODOLOGIA DE ENSINO DE SINGAPURA PARA TRABALHAR COM AS OPERAÇÕES MATEMÁTICAS BÁSICAS NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL", da mestranda Melissa Samanta Holetz. O presidente abriu a sessão apresentando os professores membros da banca, passando a palavra em seguida à mestranda, lembrando-lhe de que teria até vinte minutos para expor oralmente o seu trabalho. Concluída a exposição, a mestranda foi arguida oralmente pelos membros da banca. Concluída a arguição, a Banca Examinadora reuniu-se e comunicou o Parecer Final de que a mestranda foi:

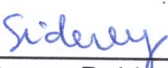
- APROVADA, devendo a mestranda entregar a versão final no prazo máximo de 60 dias.
- APROVADA somente após satisfazer as exigências e, ou, recomendações propostas pela banca, no prazo fixado de 60 dias.
- REPROVADA.


O Presidente da Banca Examinadora declarou que a mestranda foi aprovada e cumpriu todos os requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação e Novas Tecnologias, devendo encaminhar à Coordenação, em até 60 dias, a contar desta data, a versão final da dissertação devidamente aprovada pelo professor orientador, no formato impresso e PDF, conforme procedimentos que serão encaminhados pela secretaria do Programa. Encerrada a sessão, lavrou-se a presente ata que vai assinada pela Banca Examinadora.

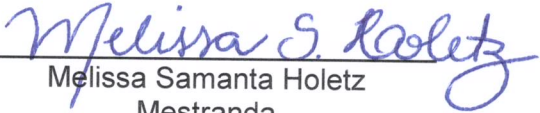
Recomendações: a banca recomenda publicação


Dr. Germano Bruno Afonso
Presidente da Banca


Dra. Jânia Duha
Integrante Externo


Dra. Siderly do Carmo Dahle de Almeida
Integrante Interno Titular


Dra. Marcia Maria Fernandes de Oliveira
Integrante Interno Suplente da Banca


Melissa Samanta Holetz
Mestranda

Dedico essa dissertação aos meus dois lindos filhos Ken Alexandher e Ian Leal.

AGRADECIMENTOS

Agradecer é um ato de amor, por isso precisa ser feito de coração.

Primeiramente, gostaria de agradecer à minha família. Agradeço ao meu marido, Cristiano Leal, por me dar força para fazer o mestrado, mesmo abrindo mão de um patrimônio para que eu pudesse realizar esse sonho que a tanto tempo tinha deixado para depois, pela paciência (ou falta dela) em todos os muitos momentos em que me dediquei a leituras, estudos e trabalho, deixando-o de lado, e por sempre me empurrar pra frente, pois mesmo nos divergindo em muitos momentos, sempre esteve ao meu lado, me apoiando e se preocupando comigo e com nossos filhos, zelando pelo nosso bem estar. Agradeço aos meus filhos, Ken Alexandher e Ian Leal, por mostrar para uma *workaholic* como eu que existe amor maior e mais importante que qualquer coisa nesse mundo, o amor de mãe. Por me ajudar, mesmo sem gostar às vezes, arrumando a casa e até fazendo comida para que eu pudesse estudar além de trabalhar. Obrigada pelas palavras de incentivo e pelos infinitos abraços sempre muito bem vindos. Vocês três são tudo para mim. Espero poder retribuir tudo que fizeram e fazem por mim. Amo vocês.

Um agradecimento especial para todos os educadores maravilhosos que tive até aqui, na escola, nas minhas graduações, pós e mestrado, pois, com toda certeza, estou aqui por causa deles, e para todos os meus colegas de profissão, guerreiros do saber, que nunca desistem assim como eu, e continuam sonhando com uma educação melhor.

Particularmente, gostaria de agradecer a quatro professores maravilhosos que tive a honra de conhecer e que senti uma sintonia imediata, que continua colhendo bons frutos de respeito e amizade: a maravilhosa coordenadora do Mestrado Siderly do Carmo Dahle de Almeida, sempre gentil, sempre sorridente, amável, com palavras de estímulo, minha Barbie intelectual; o espetacular Germano Bruno Afonso, meu querido orientador, uma das pessoas mais incríveis que tive a honra de conhecer, inteligente, doce, sempre carinhoso, um verdadeiro pai, cuidando de mim e dos meus alunos; a amiga

que o mestrado me deu, Sandra Phillipps, que apesar de nunca ter sido minha professora me ensinou muito, se tornou uma amiga inseparável, sempre presente, mesmo longe fisicamente, sempre me fazendo rir; e finalmente, Enio Bernardo Schmitz, meu coordenador pedagógico há quase uma década, um cara tão inteligente e que está muito à frente do seu tempo, um coordenador que vibra com tuas conquistas, que torce por você, que tem ideias inovadoras, que sempre sonha alto, e principalmente, sempre, sempre e sempre apoia tuas loucuras, pois confia no teu potencial e profissionalismo. Obrigada.

“O nascimento do pensamento é igual ao nascimento de uma criança: tudo começa com um ato de amor. Uma semente há de ser depositada no ventre vazio. E a semente do pensamento é o sonho. Por isso os educadores, antes de serem especialistas em ferramentas do saber, deveriam ser especialistas em amor: intérpretes de sonhos”.

(Rubem Alves)

RESUMO

O objetivo principal deste estudo (produto) foi desenvolver um jogo que trabalhasse com as operações matemáticas básicas e as frações no Ensino Fundamental e que pudesse ser aplicado facilmente nas escolas brasileiras, usando o que foi estudado sobre a Metodologia de resolução de problemas e as ferramentas didáticas utilizadas no Ensino da Matemática de Singapura. Para o desenvolvimento desse trabalho foram realizadas as seguintes etapas: levantamento de material bibliográfico e estudo baseado inicialmente na análise de uma sequência de atividades selecionadas de uma coleção de livros didáticos de Singapura e posteriormente por outros autores renomados; investigação de uma possível gamificação dessa metodologia através da resolução de problemas; experimentação dessa estratégia; observação e aplicação de questionários e análise dos mesmos. Após a criação e aplicação do jogo, observou-se que essa metodologia facilitou o entendimento dos problemas pelos educandos, por meio do uso contínuo de desenhos, esquemas e ferramentas. Além disso, através da aplicação dos questionários e análise dos mesmos, pode-se concluir que o jogo teve uma boa aceitação por parte dos alunos e favoreceu a aprendizagem colaborativa entre os mesmos, pois permitiu que todos pudessem se ajudar mutuamente, observando e experimentando resposta às soluções dos problemas apresentados.

Palavras-chave: Ensino de Matemática no Ensino Fundamental; Metodologia do Ensino de Matemática de Singapura, Ensino de Matemática e Gamificação; Ensino de matemática e Jogo.

ABSTRACT

The main objective of this study (product) was to develop a game that worked with basic mathematical operations and fractions in elementary school and that could be easily applied in Brazilian schools, using what was studied on the Problem solving Methodology and the tools didactics used in the Mathematics Teaching of Singapore. For the development of this work, the following steps were carried out: survey of bibliographic material and study based initially on the analysis of a sequence of selected activities from a collection of Singapore textbooks and later by other renowned authors; investigation of a possible gamification of this methodology through problem solving; experimentation with this strategy; observation and application of questionnaires and analysis of them. After the creation and application of the game, it was observed that this methodology facilitated the students' understanding of the problems, through the continuous use of drawings, schemes and tools. In addition, through the application of questionnaires and their analysis, it can be concluded that the game was well accepted by students and favored collaborative learning among them, as it allowed everyone to help each other, observing and experiencing responses solutions to the problems presented.

Keywords: Teaching Mathematics in Elementary School. Singapore Mathematics Teaching Methodology. Teaching Mathematics and Gamification. Math and Game Teaching.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Habilidades e Competências Matemáticas em Singapura.	p. 33
Figura 2: “Number Bond” (NB): uso na divisão.	p. 37
Figura 3: “Fact Family Numbers” (FFN): operações de soma e subtração.	p. 38
Figura 4: “Fact Family Numbers” (FFN): operações de multiplicação e divisão.	p. 39
Figura 5: Aprendizado através da Resolução de Problemas na Metodologia de Singapura.	p. 50
Figura 6: CPA da Metodologia de Singapura.	p. 51
Figura 7: Interpretando Problemas pelo Método de Singapura.	p. 52
Figura 8: Resolvendo Problemas pelo Método de Singapura.	p. 53
Figura 9: Criando Problemas com operações básicas.	p. 54
Figura 10: Divisão Simples.	p. 56
Figura 11: Decomposição através do Material Dourado.	p. 57
Figura 12: Resolução de Problemas envolvendo a Subtração de Números Naturais.	p. 58
Figura 13: Divisão Simples através de um Problema.	p. 59
Figura 14: <i>Number Bond A.</i>	p. 60
Figura 15: <i>Number Bond B.</i>	p. 60
Figura 16: Operação Multiplicativa através da Decomposição e do Cálculo de Áreas: Exemplo 1.	p. 61
Figura 17: Operação Multiplicativa através da Decomposição e do Cálculo de Áreas: Exemplo 2.	p. 62
Figura 18: Estudando Subtração de Frações.	p. 63
Figura 19: Estudando Soma de Frações.	p. 64
Figura 20: Soma de Frações usando NB.	p. 65
Figura 21: Resolução da Soma de Frações usando NB.	p. 65
Figura 22: Estudando Equivalência de Frações 1.	p. 66
Figura 23: Estudando Equivalência de Frações 2.	p. 67
Figura 24: Estudando Equivalência de Frações 3.	p. 67

- Figura 25:** Estudando Equivalência de Frações 4. p. 68
- Figura 26:** Frações em Problemas 1. p. 69
- Figura 27:** Frações em Problemas 2. p. 69
- Figura 28:** Frações em Problemas 3. p. 70
- Figura 29:** Frações em Problemas 4. p. 70
- Figura 30:** Caixa do *Jogo Problemix* vista de fora e de dentro. p. 80
- Figura 31:** Blocos de Anotações e lápis com borracha para os grupos. p. 81
- Figura 32:** Cartelas do *Jogo Problemix*. p. 82
- Figura 33:** Problemas com frações: peças do *Jogo Problemix*. p. 83
- Figura 34:** Cartelas com problemas práticos de Princípio Fundamental da Contagem. p. 84
- Figura 35:** Problemas com Operações básicas: peças do *Jogo Problemix*. p. 85
- Figura 36:** Peças do *Jogo Problemix*: Cartelas, Regras, Questionário, Blocos de Notas, lápis, giz de cera e material para os problemas práticos. p. 86
- Figura 37:** Problemas com frações 2: peças do *Jogo Problemix*. p. 88
- Figura 38:** Estudantes respondendo o questionário. p. 91
- Figura 39:** Resolução de problemas práticos de Princípio Fundamental da Contagem. p. 96

LISTA DE GRÁFICOS E TABELAS

GRÁFICO 1: Desempenho do Brasil em Matemática pelo PISA 2018.	p. 21
GRÁFICO 2: Comparação entre resultados em Matemática de países latino-americanos que participaram do PISA 2018.	p. 22
TABELA 1: Maiores Pontuações em Matemática que participaram do PISA nos últimos anos.	p. 23
TABELA 2: Listagem de Trabalhos de Conclusão de Curso, Dissertações e Teses encontradas na Biblioteca de Teses e Dissertações do IBICT sobre o tema.	p. 27
TABELA 3: Listagem de Trabalhos de Conclusão de Curso, Dissertações e Teses encontrados no Google Acadêmico sobre o tema.	p. 28
TABELA 4: Listagem de livros encontrados em Sebos e Livrarias Virtuais sobre o tema.	p. 30
GRÁFICO 3: Gamificação nas aulas de Matemática.	p. 94
GRÁFICO 4: Adequação de Conteúdos.	p. 95
GRÁFICO 5: Adequação de conteúdos: comparativo das duas turmas.	p. 96
GRÁFICO 6: Nível de complexidade na visão dos estudantes.	p. 97
GRÁFICO 7: Porcentagem do Nível de complexidade das questões segundo os alunos.	p. 98
GRÁFICO 8: Uso de desenhos e esquemas na resolução de problemas.	p. 98
GRÁFICO 9: Porcentagem do relato de ajuda dos desenhos e esquemas.	p. 100
GRÁFICO 10: Ajuda aos colegas na resolução de problemas.	p. 100
GRÁFICO 11: Aprendendo de modo colaborativo.	p. 101
GRÁFICO 12: Percepção dos alunos quanto ao novo.	p. 101
GRÁFICO 13: Tutoria traz resultados?	p. 102
GRÁFICO 14: O jogo foi divertido?	p. 103

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AIMO – Asia International Mathematical Olympiad Open Contest
BDTD - Biblioteca de Teses e Dissertações do Instituto Brasileiro de
Informações em Ciência e Tecnologia
CPA - Concreto + Pictorial + Abstrato
EFI – Ensino Fundamental I
EFII – Ensino Fundamental II
EM – Ensino Médio
Famath - Faculdades Integradas Maria Thereza
FCCSI – Feira Cultural e Científica do Colégio Salesiano de Itajaí
FFN - Fact Family Numbers
IBICT – Instituto Brasileiro de Informações em Ciência e Tecnologia
MB - Modeling Bar ou Bar Model (Modelo de Barras)
NB - Number Bond
OBM – Olimpíada Brasileira de Matemática
OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
OBI – Olimpíada Brasileira de Informática
OCDE - Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
ORM – Olimpíada Regional de Matemática
OIMSF – Olimpíada Internacional Matemática Sem Fronteiras
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
PFC - Princípio Fundamental da Contagem
PISA - Programa de Avaliação Internacional de Alunos
RPG - Role-Playing Games
SC – Santa Catarina
UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina
UNINTER - Centro Universitário Internacional
XV ENFOC – XV Encontro de Iniciação Científica, XIV Fórum Científico, VI
Seminário PIBID
WMGO - World Mathematics Game Open

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	i
LISTA DE GRÁFICOS E TABELAS	ii
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	iii
SOBRE A PESQUISADORA	p. 15
1 INTRODUÇÃO	p. 21
1.1 Objetivos	p. 25
1.1.1 Objetivo Geral	p. 25
1.1.2 Objetivos Específicos	p. 25
1.2 Justificativa	p. 25
1.3 Metodologia	p. 26
1.4 Estado da Arte	p. 27
2 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE SINGAPURA	p. 32
2.1 Por que a Metodologia de ensino da Matemática de Singapura é considerada uma das melhores do mundo?	p. 32
2.2 Alguns diferenciais nas estratégias de resolução de operações matemáticas em Singapura.	p. 35
2.3 A Metodologia de Singapura e a Aprendizagem Significativa.	p. 40
3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM MATEMÁTICA	p. 44
3.1 A Importância da Interpretação e Resolução de Problemas na Educação Matemática.	p. 45
3.2 Como resolver problemas pela Metodologia de Singapura.	p. 50
4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PELO MÉTODO DE SINGAPURA	p. 56
4.1 Resolução de problemas com Operações Aritméticas Básicas.	p. 56
4.2 Método da Multiplicação pelo Cálculo de Áreas.	p. 60
4.3 Frações através do Modelo de Barras.	p. 63
5 GAMIFICANDO A METODOLOGIA DE SINGAPURA	p. 72
5.1 O que é Gamificação e quais seus benefícios na educação.	p. 72

5.2	A Escolha do Jogo.	p. 75
5.3	Gamificando a Matemática de Singapura: O Jogo e a Resolução de Problemas.	p. 76
5.4	O <i>Jogo Problemix</i> – PRODUTO DESTA DISSERTAÇÃO.	p. 79
6	ANÁLISE DA APLICAÇÃO DO JOGO PROBLEMIX	p. 89
6.1	Caracterização da Escola	p. 89
6.2	Grupo Experimental	p. 90
6.3	Metodologia da Aplicação do Jogo	p. 90
6.4	Análise dos Resultados	p. 91
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	p. 104
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	p. 106
	APÊNDICE	p. 109
1.	Regras do Jogo.	p. 109
2.	Modelo de Ficha de Auto e Heteroavaliação da participação do jogo.	p. 117
3.	Questionário referente à aplicação do <i>Jogo Problemix</i> .	p. 118
4.	Peças do <i>Jogo Problemix</i> .	p. 119
5.	Gabarito do <i>Jogo Problemix</i> .	p. 140

SOBRE A PESQUISADORA

Durante toda a minha infância e juventude fui uma estudante determinada e dedicada, que sempre adorou ler e estudar. Formada inicialmente em Matemática, pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), fui mestranda em Matemática e Computação Científica pela mesma faculdade, em 2001, em Florianópolis/SC. Durante o mestrado, fui fazer um Curso de Verão em Niterói/RJ, onde conheci meu marido, me casei e iniciei o Curso de Especialização em Psicopedagogia Escolar e Clínica, pelas Faculdades Integradas Maria Thereza (Famath). Terminei a Especialização e tivemos nosso primeiro filho, Ken Alexandher, atualmente com 16 anos. Depois de um tempo residindo no Rio de Janeiro, voltamos para Florianópolis onde moramos por alguns anos e tivemos nosso segundo filho, Ian Leal, hoje com 13 anos. Quando ele fez dois anos, nos mudamos para Navegantes/SC, onde residimos até hoje. Foi em Navegantes que iniciei minha trajetória na UNINTER, onde realizei e concluí em 2018 a faculdade de Pedagogia e posteriormente, fiz o Mestrado que estou concluído, em Educação e Novas Tecnologias.

Desde 2004, sou educadora palestrante, principalmente sobre o Ensino da Matemática, mas atualmente, também tenho sido requisitada para escrever e falar sobre Jogos e Gamificação, que para mim é algo muito natural já que trabalho com isso em sala desde 1997. Afinal, não basta colocar os alunos para jogar qualquer coisa, há necessidade de um planejamento prévio do professor, da proposta estar relacionada ao conteúdo trabalhado em sala e de, principalmente, fazer sentido para o aluno. Se não, será apenas perda de tempo, algo vazio, sem significado. Nessa perspectiva, iniciei minha pesquisa na utilização de jogos digitais, tendo por objetivo apresentar características que esse tipo de jogo deve possuir de modo a cumprir seu papel como entretenimento sem descuidar de aspectos que proporcionem a efetiva construção da aprendizagem por parte do aluno.

Posteriormente, utilizei esse conhecimento e minha história com a aplicação de jogos na educação para desenvolver, realizar e apresentar os resultados de um projeto de intervenção pedagógica que utilizou a Gamificação

e a Instrução por Pares como metodologia em aulas de apoio de Matemática de sextos e sétimos anos, obtendo resultados bastante significativos. O objetivo principal desse projeto foi de buscar práticas inovadoras e aplicá-las para aumentar a assiduidade dos alunos nas aulas de apoio de Matemática no período do contraturno, motivando-os a participarem das aulas e frequentá-las regularmente, não apenas na véspera das provas. Para isso, foram pesquisados jogos concretos e digitais compatíveis e interessantes para a garotada, respeitando sua faixa etária e os conteúdos didáticos presentes no planejamento das professoras de Matemática do período matutino, objetivando-se aulas mais interativas, contextualizadas e ricas. Foram escolhidas duas turmas de apoio de Matemática no contraturno para aplicar essa metodologia, contendo alunos de sextos e sétimos anos. Antes da experimentação, entretanto, foram escolhidos também alguns alunos tutores e realizado o planejamento de todos os jogos e atividades lúdicas a serem realizadas durante o primeiro semestre. Esses alunos tutores, geralmente de séries mais avançadas, fizeram um trabalho de voluntariado, ajudando os colegas em suas dificuldades, através do *Peer Instruction* (Instrução por Pares). Esse projeto rendeu apresentações em congressos, artigos publicados, um prêmio e até um capítulo de um livro, denominado *Projetos de Metodologias ativas: trabalhando diversas realidades educacionais*.

Atualmente trabalho no Colégio Salesiano Itajaí, que ainda leciono, faz uma década. Lá, atuo como professora de Matemática dos oitavos e nonos anos do Ensino Fundamental II e, no contraturno, sou orientadora de diversos projetos que desenvolvem o protagonismo juvenil, trabalhando com grupos de jovens dos sextos anos do Ensino Fundamental ao terceiro do Ensino Médio.

Um desses projetos é a organização de uma feira estudantil. Durante dois anos, e com a ajuda de quinze jovens protagonistas, organizamos a *Feirinha de Matemática do Salesiano*, onde alunos de todo o colégio desenvolviam e apresentavam projetos científicos relacionados com a Matemática. No terceiro ano, entretanto, a “*Feirinha*” ampliou seus horizontes e virou a *Feira Cultural e Científica do Colégio Salesiano Itajaí* (FCCSI), onde agora oriento uma turminha de vinte e cinco alunos que, junto comigo, organiza esse evento. Através desta proposta, os educandos desenvolvem várias habilidades, dentre elas aprendizagem cooperativa, organização e logística,

escrita e oralidade, investigação e a proposição criativa de soluções, desenvolvendo o protagonismo pelo empreendedorismo e mediação. Um trabalho contínuo, esse projeto tem início nas primeiras semanas de aula, e termina com uma semana de exposições, conferências, publicações e apresentações tanto científicas quanto culturais (teatro, cinema, dança, moda, desenhos, jogos) envolvendo todas as áreas e protagonizadas pelos alunos.

Também coordeno os grupos de Lógica e Matemática Avançada, onde os alunos se inscrevem para participar e toda semana se reúnem uma hora e meia comigo para trabalhar o raciocínio matemático em diferentes contextos, através de exercícios lógicos, atividades de memorização, resolução de problemas e jogos de tabuleiro de diversos lugares do mundo. Esses grupos são divididos em níveis, como as olimpíadas de Matemática: nível 1 (sextos e sétimos anos), nível 2 (oitavos e nonos anos) e nível 3 (Ensino Médio). Um dos nossos objetivos, inclusive, era despertar o interesse dos nossos alunos por essas olimpíadas e mostrar que ganhar uma medalha nessas competições não era algo impossível, inatingível.

Em 2018 iniciamos nossa participação na Olimpíada Internacional Matemática Sem Fronteiras (OIMSF), na qual conseguimos uma medalha de prata nacional e ouro regional, na Categoria Sextos anos. Além disso, tivemos dois alunos medalhistas na Olimpíada Brasileira das Escolas Públicas (OBMEP), Douglas Speck, que conquistou uma medalha de prata, e Romeo Diedrich Saldanha, aluno do sexto ano, que ganhou uma Menção Honrosa. Além disso, Douglas, então do nono ano, foi convidado à participar da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM).

Em 2019, entretanto, nosso desempenho foi muito melhor na OIMSF e conseguimos medalhas de prata nacional (além de ouro regional), em todas as cinco categorias que participamos: sextos, sétimos, oitavos, nonos anos e Ensino Médio. Nosso desempenho rendeu um convite da Rede POC, equipe responsável pela OIMSF no Brasil e que organiza a participação do Brasil em diversas olimpíadas internacionais, para selecionarmos um grupo de alunos entre os medalhistas da OIMSF para participarem da AIMO, Olimpíada Internacional de Matemática da Ásia, em Taiwan. Depois da aprovação do meu coordenador Enio Bernardo Schmitz e da diretora do Colégio Salesiano, Verônica Roncelli, tive a responsabilidade de selecionar e preparar dez entre

tantos alunos maravilhosos para representar o Colégio Salesiano na seleção Brasileira de Matemática que representaria nossa querida pátria nas Olimpíadas Internacionais de Matemática em Taiwan. E então, dia primeiro de agosto, viajei com esses dez alunos para o outro lado do mundo. Foram trinta questões desafiadoras de matemática, todas em inglês, para serem realizadas em duas horas. No mesmo dia realizaram outra prova, a World Mathematics Game Open (WMGO), uma Olimpíada de Jogos Lógicos. Muitos brasileiros foram premiados e, claro, os brasileiros eram os mais animados da premiação, que foi realizada num lindo banquete ainda em Taiwan.

Meus alunos também conseguiram atingir resultados incríveis: Douglas Speck, agora do primeiro ano do EM, conquistou duas medalhas de prata: na AIMO e na WMGO, que rendeu um convite para Londres 2020; Pedro Rodrigues, também do primeiro ano do Ensino Médio, ganhou bronze na WMGO; Victor Spengler, do nono ano, conquistou também duas medalhas: Bronze na AIMO e na WMGO, André Felipe de Melo, do nono, ganhou bronze na WMGO e Lucas Gonçalves, também do nono, Menção Honrosa na mesma olimpíada. Além disso, as alunas Maria Antônia Gonçalves e Ana Júlia Herbst foram premiadas com bronze na AIMO, categoria oitavos anos. Ou seja, dos nossos dez alunos, sete foram premiados e recebemos nove prêmios, um resultado maravilhoso numa Olimpíada Internacional. Foi realmente uma experiência muito rica.

Conquistamos também, em 2019, uma medalha de prata e uma Menção Honrosa na Olimpíada Brasileira de Informática (OBI), uma Menção Honrosa na Olimpíada Regional de Matemática (ORM), e três Menções Honrosas na Olimpíada Brasileira das Escolas Públicas (OBMEP), o que mostra que nosso grupo está muito melhor e mais atuante na Matemática.

Além disso, também oriento no contraturno um grupo denominado *Gamificação*, formado por quinze alunos dos oitavos anos até o terceiro ano do Ensino Médio. Esse projeto multidisciplinar, de uma forma lúdica e protagonista, envolve diversas disciplinas como História, Geografia, Literatura, Matemática, Música, Arte e Desenvolvimento Computacional através da criação de jogos de RPG (Role-Playing Games, “Jogos de Interpretação de Papéis” em tradução livre) pelos próprios alunos em uma plataforma digital. São necessárias várias habilidades e competências para desenvolver um RPG,

o que reforça a relevância de seu uso academicamente: cria-se uma história, estuda-se o ambiente em que se passa o jogo (personagens, figurinos, habilidades, época, cultura, etc), desenvolve-se a escrita, a criatividade e a pesquisa. Além disso, o projeto promove o relacionamento interpessoal e a cooperação, a capacidade de relacionar os conteúdos escolares com as ações cotidianas, a resolução de situações-problema e o raciocínio lógico. Durante todo o jogo os personagens defrontam-se com situações que precisam resolver para prosseguir. Pode-se dizer que a resolução de problemas é a competência base do RPG. Nosso projeto conta inteiramente com material produzido pelos alunos, da trilha sonora à sua programação, lhes incentivando a conhecer-se e utilizar suas competências em favor do objetivo comum.

Em 2019, os alunos que oriento do projeto Gamificação apresentaram um minicurso de duas horas no XV ENFOC – Encontro de Iniciação Científica, XIV Fórum Científico, VI Seminário PIBID, em Curitiba/PR. O título deste minicurso foi “O potencial educativo da gamificação: RPG e protagonismo juvenil”. Como meio de contextualização, trouxeram para a discussão o jogo que estamos desenvolvendo, que tem por alicerce a mitologia e lendas guaranis, resgatando o vínculo com a cultura e o folclore brasileiro.

Na totalidade, já sou professora a vinte e três anos, mas independente disso, me orgulho por ter pensamento de "profissional inovador", digo isso, pois não adianta nada ter muita experiência e não se propor em inovar, nem acabar de sair de uma faculdade e ainda pensar numa formação conservadora. Sou Matemática, Pedagoga, Psicopedagoga, que adora inventar. Além disso, gosto de compartilhar ideias e, como sou criativa, ideias não faltam (graças à Deus). Também amo e acredito ser essencial a utilização de aulas práticas, o desenvolvimento de projetos e uso de novas tecnologias. Afinal, Matemática se aprende muito mais praticando, e quando digo isso não falo de resolução de listas de exercícios. Na minha concepção, entretanto, o uso de aulas práticas ainda é muito pouco explorado no ensino da Matemática, apesar de ser mais presente nos anos iniciais e Ensino Fundamental I (EFI) que no Ensino Fundamental II (EFII) e Ensino Médio (EM). Infelizmente, a maioria dos professores de Matemática ainda não tem o hábito de fazer o aluno pensar... dar respostas prontas hoje em dia não está com nada, não é mesmo? Acredito que seja por isso que os alunos gostam tanto das aulas de lógica... o mundo

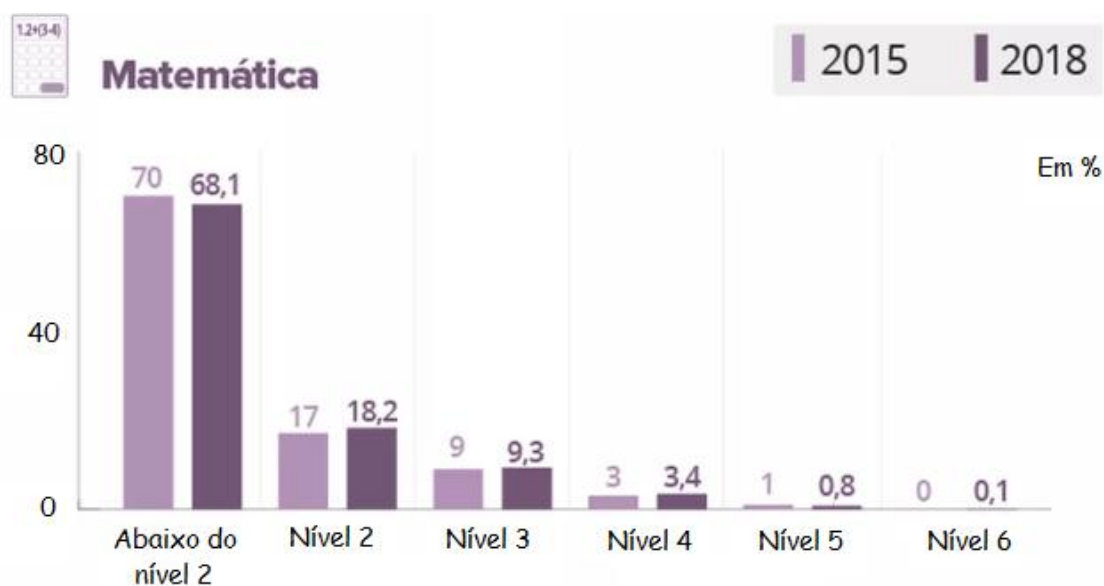
está evoluindo a cada dia, nossos alunos estão igualmente evoluindo e nós precisamos evoluir também. E isso não quer dizer apenas se preocupar em usar ferramentas, sejam digitais ou não, e sim em se preocupar em como usá-las.

1 INTRODUÇÃO

O ranking mundial de educação é formado a partir dos resultados de uma avaliação do PISA, Programa Internacional de Avaliação de Alunos, realizada a cada três anos em dezenas de países, com provas de leitura, matemática e ciência. Na edição mais recente, em 2018, foram avaliados 600 mil estudantes de 15 anos em 79 países diferentes. Os resultados da avaliação foram divulgados pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE).

No Brasil, a prova é oferecida para alunos sorteados de escolas públicas e particulares, na faixa etária entre 15 e 16 anos. Desde sua primeira participação no exame, em 2000, o Brasil ocupa uma das últimas posições no ranking mundial da educação, muito abaixo da pontuação de países desenvolvidos e da média de países da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que é formado a partir do resultado da aplicação do teste. Segundo a OCDE, mais de dois terços dos estudantes brasileiros dessa faixa etária possui um nível de aprendizado em matemática abaixo do que é considerado básico, o que é bastante assustador.

Gráfico 1 - Desempenho do Brasil em Matemática pelo PISA 2018.



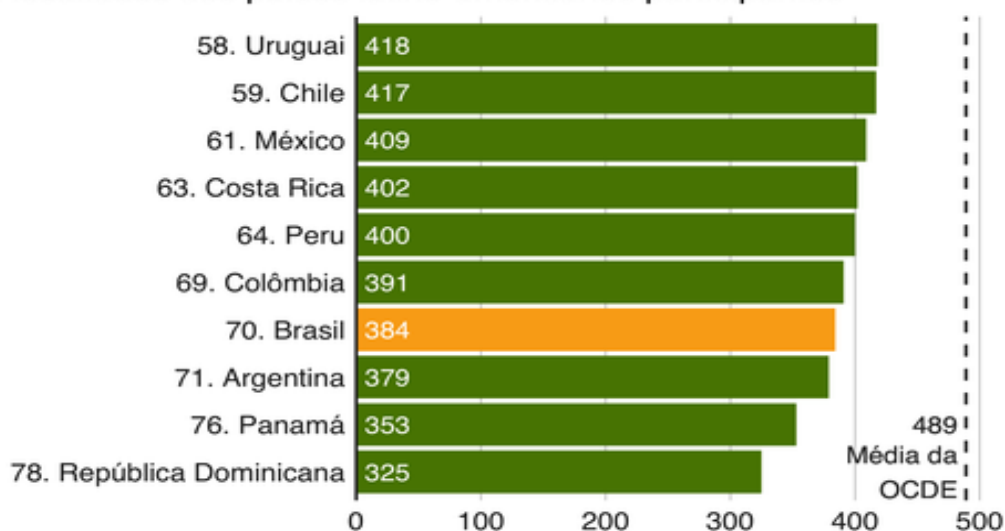
Fonte: Gráfico retirado e adaptado de artigo do G1 (globo.com), 2019.

Em 2018, no Brasil, quase 11 mil estudantes de 638 escolas fizeram as provas. O gráfico 1 revela, através dos dados do PISA, que 68,1% dos estudantes brasileiros estão no pior nível de proficiência em matemática, mais de 40% dos jovens que se encontram no nível básico de conhecimento são incapazes de resolver questões simples e rotineiras e apenas 0,1% dos alunos participantes conseguiu resolver questões mais elaboradas, apresentando nível máximo de proficiência na área. Quando comparado com os países da América do Sul analisados pelo PISA, o Brasil está abaixo no ranking de Uruguai, Chile, Peru e Colômbia, respectivamente, como demonstra o gráfico 2 abaixo.

Gráfico 2 - Comparação entre resultados em Matemática de países latino-americanos que participaram do PISA 2018.

Provas Pisa 2018: matemática

Resultados dos países latino-americanos participantes



Fonte: OCDE

BBC

Fonte: OCDE, 2019.

Em contrapartida, no entanto, diferente da realidade brasileira, nos últimos três anos que foi avaliado pelo PISA, o ensino de Singapura esteve entre os primeiros lugares na educação matemática: em 2012, ficou em segundo lugar, em 2015, em primeiro e em 2018, segundo lugar novamente. A tabela 1 mostra a pontuação em Matemática dos três melhores países classificados que participaram da prova do PISA em 2012, 2015 e 2018 e, na última linha, compara com a colocação brasileira nesses mesmos anos.

Tabela 1 – Maiores Pontuações em Matemática que participaram do PISA nos últimos anos.**OS MELHORES E O BRASIL: PISA 2012 – 2015 - 2018**

Matemática	2012	Pontuação	2015	Pontuação	2018	Pontuação
1º	Xangai	613	Singapura	564	China *	591
2º	Singapura	573	Hong Kong	548	Singapura	569
3º	Hong Kong	561	China	544	Macau	558
Brasil	58º	391	65º	377	57º	384

*Pequim, Xangai, Jiangsu e Guangdong.

**Obs: Xangai, Hong Kong e Macau pertencem à China.

Fonte: Tabela realizada pela autora, baseada nos dados publicados pela OCDE, 2019.

Podemos observar, através da tabela 1, que a média da pontuação brasileira, nesses três anos, teve uma diferença que variou de cento e oitenta e sete pontos à duzentos e vinte e dois pontos da primeira colocação, o que é uma grande diferença.

A Metodologia do Ensino da Matemática de Singapura é uma metodologia que investe na resolução de problemas, nas aulas práticas, no uso de ferramentas pedagógicas, no entendimento através da visualização, no concreto, no pensamento lógico, nas respostas com outras perguntas, na investigação. Em Singapura, o mais importante é aprender, enfatizando não o como e sim o por quê? Não há uma preocupação em passar todo o conteúdo, como no Brasil. A resolução de problemas é considerado o coração da aprendizagem Matemática, com ênfase nas múltiplas representações e resoluções. Por tudo isso, e por acreditar que não é algo que está tão fora do alcance da educação brasileira, apenas necessita ser estudada, utilizamos a metodologia de Singapura como exemplo de Ensino Matemático Inovador.

A utilização de metodologias inovadoras no ensino da Matemática é algo que torna a aprendizagem mais significativa para os educandos e a Metodologia de Singapura. Para que isso seja possível, entretanto, nós educadores precisamos superar práticas reprodutivas e substituí-las por dinâmicas através das quais os alunos possam desenvolver mais do que sua memória: que despertem seu espírito crítico, sua criatividade, sua capacidade de raciocínio lógico. Afinal, como diz Sutherland, “Se os processos de questionamento e de investigação são o que impelem a aprendizagem de

matemática, também é o questionamento e a investigação que impulsionam o aprendizado sobre ensino e aprendizagem de matemática”. (2009, p. 21)

Dentro dessa proposta, cabe colocar como objetivo do trabalho estudar a Metodologia de Singapura e a aplicação de suas ferramentas didáticas e confeccionar, aplicar e avaliar um Jogo para os professores trabalharem com suas turmas envolvendo operações matemáticas básicas e frações de acordo com essa metodologia.

Esse estudo foi dividido em cinco pequenos capítulos. No primeiro capítulo, apresenta-se brevemente uma discussão sobre essa Metodologia de ensino: Por que ela é considerada a melhor do mundo? Quais seus diferenciais nas estratégias de resolução de operações matemáticas básicas? No que ela se relaciona com a Aprendizagem Significativa?

No segundo capítulo, discute-se sobre a importância da resolução de problemas no ensino da Matemática e qual o método utilizado para a resolução de problemas no ensino dessa disciplina em Singapura.

Já no terceiro capítulo, analisa-se mais detalhadamente, mostrando e comentando exemplos, sobre a resolução de problemas com operações aritméticas básicas pela Metodologia de Singapura, explicando o método da multiplicação pelo cálculo de áreas e estudando a resolução de problemas envolvendo operações com frações utilizando o Modelo de Barras.

No quarto capítulo, conceitua-se gamificação, e os benefícios da sua aplicação, analisando a importância do planejamento e da escolha adequada do jogo. Assim, inicia-se o processo de gamificação da Metodologia de Singapura, misturando jogos e resolução de problemas, assim como a apresentação do produto dessa dissertação, o jogo *Problemix*.

Finalizando, no quinto capítulo, apresenta-se um breve relato sobre a aplicação do jogo *Problemix* em duas turmas de quinto ano do Ensino Fundamental I da rede pública de Navegantes/SC, assim como a metodologia e os dados coletados pelos questionários respondidos pelos educandos através da análise de gráficos, seguidos das considerações finais e dos apêndices.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 OBJETIVO GERAL

- Desenvolver um instrumento de ensino-aprendizagem dos conceitos básicos de operações matemáticas e frações, dentro do Método de Resolução de Problemas de Singapura e através da Gamificação.

1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Compreender o motivo pelo qual a Educação Matemática de Singapura é considerada uma das melhores do mundo;
- Estudar o método utilizado em Singapura para o ensino da Matemática na Educação Básica, especialmente a aplicação das operações básicas na resolução de problemas nas séries iniciais do Ensino Fundamental;
- Apresentar um Jogo utilizando a metodologia de resolução de problemas do ensino de Singapura e suas ferramentas;
- Aplicar o jogo e analisar os resultados obtidos a partir desses dados.

1.2 JUSTIFICATIVA

De acordo com a pesquisa do tipo estado da arte realizada, há poucos artigos e pesquisas escritos em língua portuguesa sobre o tema que trabalhamos. Portanto, a nossa pesquisa com certeza poderá ser proveitosa tanto para a formação de professores, pedagogos e matemáticos, como profissionais nas áreas exatas, além de abrir possivelmente várias oportunidades futuras. Pode-se dizer, então, que houve necessidade/utilidade de abordar tal problemática.

Além disso, o nosso produto (o Jogo que criamos), com suas peças, regras, material didático prático, modelo de auto e heteroavaliação, tudo está disponível no apêndice desse trabalho, sendo facilmente aplicável em sala pelos professores brasileiros, além de poder servir de inspiração para estes

criarem e confeccionarem materiais semelhantes baseados nessa metodologia de ensino.

1.3 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento do presente projeto foram realizados: levantamento de material bibliográfico, investigação de uma possível gamificação dessa metodologia, experimentação dessa estratégia, observação e aplicação de questionários para verificação dos resultados, além das análises dos mesmos.

Inicialmente, nos baseamos em uma análise crítica e qualitativa de uma sequência de atividades selecionadas de uma coleção de livros didáticos de Singapura, cujas competências se fazem presentes no currículo do ensino básico brasileiro e de uma pesquisa bibliográfica sobre a metodologia do ensino da Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental utilizada em Singapura.

Dando sustentabilidade teórica elencamos alguns autores, como Sutherland (2009), sustentando a teoria matemática e a aplicação de ferramentas pedagógicas dentro do ensino de Singapura, Itacarambi (2010), Dante (2003, 2007), Brant e Moretti (2016) sobre a resolução de problemas em Matemática, Baldin (2014, 2018), Gois (2014), Teixeira (2017) e Fernandes (2017), sobre a Metodologia de Singapura, Moreira (2011, 2016, 2017) e Ausubel (1982), sobre a Aprendizagem Significativa, e Smole (2007), Grandó (2004), Holetz (2018, 2019), Mattar (2017) e Ribeiro (2007), sobre aplicação de Jogos e sobre Gamificação como Metodologias Ativas.

Além disso, foi realizada também a criação, preparação e execução de um jogo em duas turmas de quinto ano do Ensino Fundamental I, envolvendo a resolução de problemas, baseado na metodologia de Ensino de Singapura, além da coleta e análise de dados de um questionário aplicado no final desta.

1.4 ESTADO DA ARTE

Para o estado da arte dessa dissertação de Mestrado, foram realizadas pesquisas sobre a temática em dois lugares virtuais conceituados: a Biblioteca Virtual do Instituto Brasileiro de Informações em Ciência e Tecnologia e o Google Acadêmico.

A Biblioteca de Teses e Dissertações do IBICT – Instituto Brasileiro de Informações em Ciência e Tecnologia (BDTD) disponibiliza trabalhos de 107 instituições que ofertam programas *Stricto Sensu* no Brasil, contando com 395.883 dissertações e 148.543 teses, totalizando 544.426 documentos. Seu endereço é <http://bdtd.ibict.br/vufind/> e foi acessado em 21/11/18.

Como o tema principal desse trabalho é a Metodologia do Ensino da Matemática em Singapura, optamos pela busca avançada por assunto, indicando como assunto “Matemática de Singapura”. O resultado foi preocupante: apenas um trabalho de dissertação e nenhuma tese de doutorado disponível, como mostra a Tabela 2.

Tabela 2: Listagem de Trabalhos de Conclusão de Curso, Dissertações e Teses encontradas na Biblioteca de Teses e Dissertações do IBICT sobre o tema.

Nº	TÍTULO	TIPO	PROGRAMA	AUTOR	ORIGEM DO TRABALHO	ANO
1	Resolução de problemas da pré-álgebra e álgebra para fundamental II do ensino básico com auxílio do modelo de barras	Dissertação de Mestrado	Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas	Queiroz, Jonas Marques dos Santos Orientador: Baldin, Yuriko Yamamoto	Universidade Federal de São Carlos	2014

Fonte: tabela realizada pela autora, 2018.

Já no Google Acadêmico, os resultados foram mais animadores. O Google Acadêmico é uma ferramenta de pesquisa do Google que disponibiliza trabalhos acadêmicos, como Trabalhos de Conclusão de Curso, Dissertações e Teses, além de Jornais de Universidades, Revistas e Artigos variados. Esse banco de dados online reúne uma produção científica bem variada. A busca pode ser feita pelo texto (assunto, título, palavras chave), pelo autor, revista e frequência que estes conteúdos foram citados por outros autores. Seu

endereço eletrônico é <https://scholar.google.com.br/> e foi acessado também em 21/11/18.

Assim como na BDTD, iniciamos nossa pesquisa procurando artigos em qualquer idioma, por assunto: “Matemática de Singapura”, obtendo 4.370 artigos. Depois filtramos um pouco mais, colocando “Sem Citações”, e obtendo 4.200 artigos. Então, como o que nos interessa é saber sobre os estudos mais recentes sobre o tema, já que é na atualidade que Singapura é considerada uma potência na área da Matemática, fizemos uma restrição de período, especificando-o de 2000 a 2018: obtendo 4.160 resultados. Ainda não satisfeitos, filtramos mais um pouco, optando por artigos em língua portuguesa, e ainda obtivemos 4.020 artigos.

Como eram ainda muitas opções, optamos pela busca avançada, onde indicamos como descritores (filtros): Ensino Fundamental Metodologia Matemática Singapura, contendo todas as palavras, que resultou em 3.660 artigos. Quando optamos, no entanto, por todas as palavras: “Ensino Fundamental Metodologia Matemática Singapura” em qualquer momento do texto e com a frase exata “Matemática de Singapura”, obtivemos, então, uma filtragem mais específica do assunto em questão: 13 artigos.

Após uma leitura prévia dos resumos, índices e introduções dos artigos e das pesquisas de Trabalhos de Conclusão de Curso, Dissertações e Teses resultantes, pudemos separar seis trabalhos realmente relevantes, sendo um deles a mesma pesquisa (dissertação) encontrada no outro buscador. Concluindo, a busca realizada retornou os seis trabalhos que seguem no quadro da Tabela 3:

Tabela 3: Listagem de Trabalhos de Conclusão de Curso, Dissertações e Teses encontrados no Google Acadêmico sobre o tema.

Nº	TÍTULO	TIPO	PROGRAMA	AUTOR	ORIGEM DO TRABALHO	ANO
1	Análise comparada da estrutura curricular do curso de pedagogia em duas instituições: Universidade de Brasília e Instituto Nacional	Trabalho de Conclusão de Curso - Graduação	Faculdade de Educação	SILVA, Helaine Beatriz Pereira.	Universidade de Brasília	2012

	de Educação de Singapura.					
2	Resolução de problemas da pré-álgebra e álgebra para fundamental II do ensino básico com auxílio do modelo de barras	Dissertação de Mestrado	Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas	QUEIROZ, Jonas Marques dos Santos.	Universidade Federal de São Carlos	2014
3	Desenvolvimento do pensamento algébrico no currículo de escola básica: caso de modelagem pictórica da Matemática de Singapura.	Artigo	Trabajos invitados seleccionados del II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe.	BALDIN, Yurico Yamamoto.	Universidade Federal de São Carlos	2018
4	Grupo de estudos sobre resolução de problemas: um caminho para o desenvolvimento profissional docente.	Tese de Doutorado	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.	MAGNI, Rosana Jorge Monteiro.	Universidade Anhanguera de São Paulo	2017
5	A resolução de problemas no 2º ano de escolaridade: uma sequência de aprendizagem do modelo de barras.	Artigo	Associação Ludus/Associação para a Educação Matemática Elementar.	TEIXEIRA, Ricardo; CUNHA, Emanuel Lima; SANTOS, Ana Maria; VAZ, Carlos Pereira & LIMA, Conceição.	Universidade dos Açores	2017
6	Construção e gestão de materiais pedagógicos no ensino da matemática: uma adaptação do Método de Singapura no contexto da Educação Pré-Escolar e do 1º Ciclo do Ensino Básico.	Tese de Doutorado	Faculdade de Ciências Sociais e Humanas - Departamento de Educação.	ABREU, João Cristiano Figueira.	Universidade dos Açores	2018

Fonte: Tabela realizada pela autora, 2018.

Além disso, como se trata de uma pesquisa relacionada a uma Aprendizagem Significativa da Matemática baseada na resolução de

Problemas de forma prática e seria realizado um Jogo como produto final da pesquisa, alguns autores já haviam sido selecionados previamente e comprados os livros através de Livrarias e Sebos Online, como mostra a Tabela 4. Essa pesquisa foi realizada buscando-se em grandes livrarias como Amazon (<https://www.amazon.com.br>), Saraiva (<https://www.saraiva.com.br/>) e Livrarias Curitiba (<https://www.livrariascuritiba.com.br>), e sebos Online, como Estante Virtual (<https://www.estantevirtual.com.br>) e Traça Virtual Sebo (<https://www.traca.com.br/>), pelos assuntos “Aprendizagem Significativa”, “Educação Matemática”, “Resolução de Problemas em Matemática”, “Metodologias Ativas”, “Jogos” e “Gamificação”.

Tabela 4: Listagem de livros encontrados em Sebos e Livrarias Virtuais sobre o tema.

ASSUNTO	TÍTULO	AUTOR	ANO
Aprendizagem Significativa	Aprendizagem Significativa: A teoria e textos complementares.	MOREIRA, Marco Antônio.	2011
Aprendizagem Significativa	Aprendizagem Significativa: A teoria de David Ausubel.	MOREIRA, Marco Antônio.	2016
Aprendizagem Significativa	Ensino e Aprendizagem Significativa.	MOREIRA, Marco Antônio.	2017
Aprendizagem Significativa	Situações Práticas de Ensino e Aprendizagem Significativa.	MARTINS, Jorge Santos.	2009
Problemas Matemáticos	Resolução de Problemas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	ITACARAMBI, Ruth Ribas.	2010
Educação Matemática	Ensino Eficaz de Matemática.	SUTHERLAND, Rosamund.	2009
Educação Matemática	Ensinar e Aprender Matemática: Possibilidades para a Prática Educativa.	BRANDT, Célia Finck.	2016
Metodologias Ativas e Gamificação	Metodologias Ativas para a Educação Presencial, Blended e a Distância.	MATTAR, João.	2017
Metodologias Ativas e Gamificação	Metodologias Ativas para uma educação inovadora.	MORAN, Lilian Bacich José.	2018
Jogos/ Gamificação	Cadernos do Mathema.	SMOLE, Kátia Stocco.	2007
Jogos/	Jogos para uma Aprendizagem	LISBOA, Márcia.	2013

Gamificação	Significativa.		
-------------	----------------	--	--

Fonte: Tabela realizada pela autora, 2018.

Também não podemos esquecer que, como esse estudo é baseado na Metodologia do Ensino de Matemática de Singapura nas séries iniciais do Ensino Fundamental, foi também selecionada e comprada a coleção de três livros didáticos “*Maths – No Problem!*”, de Singapura, para nos dar embasamento sobre a prática da metodologia aplicada na resolução de problemas.

O Estado da Arte é uma etapa importante da Pesquisa Acadêmica, seja ele com fins de graduação ou pós-graduação. Através dos buscadores disponíveis online, temos a oportunidade de conhecer o que já foi realizado e o que ainda está sendo estudado sobre o assunto que estamos pesquisando. Isso nos permite comparar dados e informações com outros pesquisadores, conhecer novas ideias, identificar outros autores que trabalham com o mesmo tema e até acompanhar seus progressos.

Através dessa pesquisa, pode-se concluir, como já foi dito, que não há muitos artigos e pesquisas realizadas sobre o tema que pretendemos trabalhar escritos em língua portuguesa, o que por um lado pode ser um pouco assustador, pois não temos muito com o que comparar ou aprender, por outro, é algo interessante, pois se bem realizada, a pesquisa com certeza abrirá várias oportunidades futuras.

2 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE SINGAPURA

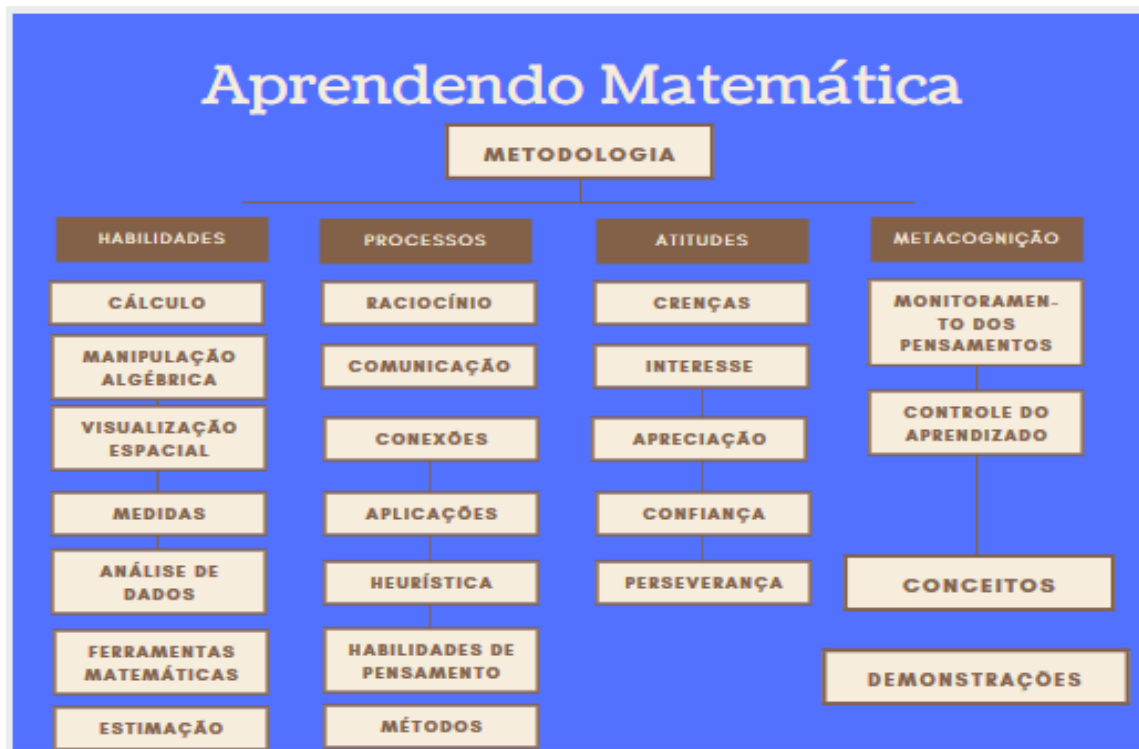
Nesse capítulo, estaremos discutindo sobre a Metodologia de Ensino de Matemática de Singapura: Por que ela é considerada uma das melhores do mundo? Quais seus diferenciais nas estratégias de resolução de operações matemáticas básicas? Qual a ligação existente entre essa metodologia de ensino e a Aprendizagem Significativa?

2.1 POR QUE A METODOLOGIA DE ENSINO DA MATEMÁTICA DE SINGAPURA É CONSIDERADA UMA DAS MELHORES DO MUNDO?

Nos estudos internacionais que avaliam o desempenho dos alunos em Matemática, Singapura ocupa sempre um lugar de destaque. Esse sucesso se deve a um investimento em estratégias de ensino eficazes e a implementação de programas que estão sempre buscando melhorias na educação matemática. Como diz Teixeira (2016), “Há um leque de princípios orientadores que se destacam no método de ensino de Singapura”. Onde o mais importante é aprender, não decorar, sempre enfatizando não o “como” e sim o “por quê?”.

Esse método desenvolve processos matemáticos importantes, como o Raciocínio Lógico e a sua aplicabilidade em diferentes problemas e contextos; a Comunicação, desenvolvendo a linguagem Matemática, aprendendo a expressar conceitos, descrever ideias e desenvolver argumentos; a Conexão, combinando e conectando conceitos aprendidos entre si e com exemplos de aplicabilidade reais; o Pensamento, desenvolvendo a classificação, sequenciamento, análise, identificação de padrões, dedução, etc.; os Métodos, aplicando dados e desenvolvendo técnicas de resolução de problemas; a Aplicação, desenvolvendo a capacidade de usar o que aprendeu em diferentes contextos; e a Heurística, oportunizando a habilidade de resolver e representar um mesmo problema de diferentes maneiras, através de uma tabela, gráfico, diagrama, tópicos em uma lista, de trabalhar com estimativas e através do método de tentativa e erro (chutes calculados) e de alterar problemas para compreendê-lo melhor.

Figura 1 – Habilidades e Competências Matemáticas em Singapura



Fonte: Infográfico realizado pela autora, 2017.

Ele também molda Atitudes Matemáticas, com o objetivo de tornar o aprendizado algo divertido e animado, trabalha com os interesses do educando, de forma que ele aprecie o que faz. Como faz o educando perceber onde poderá aplicar o que está aprendendo, o Método de Singapura desenvolve a Confiança e a Perseverança.

Outro fato importante que chama atenção na Metodologia de Educação Matemática de Singapura é que, ao contrário da maioria das escolas brasileiras, eles não se preocupam em repassar todo o conteúdo do ano letivo e sim, avançar o conteúdo apenas quando os educandos aprenderem o tema proposto completamente. O lema é: “Devagar se aprende mais”. Assim, a Matemática se torna mais sólida e é menos provável que os educandos tenham que repetir continuamente aqueles conteúdos, pois quando aprendem de verdade não os esquecem com tanta facilidade. Como diz Sutherland, estudos mostram que a matemática na escola evolui de formas diferentes em diferentes locais:

A Matemática escolar não está isenta da cultura. Abordagens com relação ao ensino, à avaliação, aos livros didáticos, às ferramentas, o

conhecimento e à formação dos professores, todos variam conforme o país. Essas diferenças têm impacto tanto na cultura de educação matemática que se constitui em dada sala de aula quanto na matemática que os estudantes aprendem na escola. (SUTHERLAND, 2009, p. 25)

Por isso, para honrar o lema de educação que o país levanta, a Metodologia de Singapura baseia-se em Compreender, Consolidar, Transferir e Avaliar. E para compreender, necessita abstrair os conceitos e esquematizar. Deve consolidar o suficiente para poder transferir, seja através da socialização com os colegas, de discussões em grupo ou de práticas, antes de avaliar.

Essa metodologia incentiva à criança a relacionar e compreender melhor os conteúdos lecionados, evitando a memorização sem sentido, os procedimentos repetitivos, os cálculos massacrantes. A alegria de aprender tem de fazer parte do dia-a-dia da aprendizagem matemática.

A comunicação matemática tem de ser trabalhada de forma conveniente, do oral para o escrito, respeitando as diferentes etapas da apropriação do conhecimento. Neste processo gradual só depois de um conceito estar bem adquirido e mobilizado na resolução de problemas é que se deve passar para a pesquisa de um novo conceito. (Fernandes, 2017, não paginado)

Além disso, lá a educação é vista como um investimento. Seus professores são muito respeitados, são considerados líderes. E o governo, as escolas e os educadores trabalham juntos, com um mesmo propósito: todos acreditando e fazendo juntos uma educação de qualidade. Algo que se reflete não apenas na Matemática.

Não existe o método de Singapura, mas Matemática em Singapura! (sic). De fato, em 1980, um governante com visão estratégica, apostou na educação e quis criar um projeto mental para o país centrado na aprendizagem sólida da ciência Matemática. Nessa sequência dinamizou a sociedade em torno deste objetivo, reuniu consultores desta área e de forma convergente fez erguer um projeto em educação centrado na pessoa, no desenvolvimento do raciocínio das crianças e na capacidade de resolver problemas. Por outro lado, elegeu a qualidade da formação de professores e dos diretores das escolas como âncoras da mudança. Esta crença enraizada na comunidade sobre a forma de aprender e ensinar Matemática e que está alicerçada na qualidade da formação dos professores e na visão estratégica sobre a educação do timoneiro que dirige a Escola tem dado resultados positivos em Singapura, em diferentes áreas do crescimento intelectual, econômico, cultural e social do país. (Fernandes, 2017, não paginado)

O profissional educador tem tanto prestígio que os melhores alunos são estimulados a seguirem a carreira de professor, pensando sempre na melhoria da qualidade da formação das gerações futuras.

Convém ainda relatar que nas Escolas de Singapura, a disposição das mesas e cadeiras da classe não é organizada de forma tradicional (uma atrás da outra) e as fases escolares são divididas de forma diferente do que estamos acostumados aqui no Brasil. A vida escolar lá começa aos quatro anos de idade, na Pré-Escola, que tem a duração de dois anos. Dos seis aos onze anos participam da Educação Primária, onde os alunos estudam Língua, Inglês, Ciências, Matemática, Música, Artes, Educação Moral e Cívica, Educação para a Saúde, Estudos Sociais e Educação Física. No final da Educação Primária, passam por um exame que distribui os alunos que ingressam na Escola Secundária no *Special Programme* (estudo de língua avançado), *Integrated Programmes* (destinado a alunos com potencial para ingressar na universidade), *Specialised Programmes* (para alunos de áreas específicas, como artes ou esportes), dentre outros. A Escola Secundária tem a duração de quatro a cinco anos. Já o Nível Pré-Universitário, equivalente ao Ensino Médio, tem duração de dois ou três anos e termina com a realização de um exame, que é um dos requisitos para a admissão à universidade.

2.2 ALGUNS DIFERENCIAIS NAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE OPERAÇÕES MATEMÁTICAS EM SINGAPURA

A partir dos anos oitenta, alicerçou-se o currículo de Matemática de Singapura na resolução de problemas, sendo esse o “coração” da aprendizagem matemática de lá. Segundo Dante, “um dos principais objetivos do ensino de Matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar-lhe situações-problema que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las”. (2007, p. 11).

Além disso, pode-se dizer que a ênfase do método de educação matemática de Singapura é, com certeza, a resolução desses problemas através de múltiplas representações. Nesta abordagem prevê-se a

manipulação de materiais, a representação pictórica, esquemática e, por fim, a representação simbólica (a construção de proposições matemáticas abstratas), sendo, portanto, os problemas bem trabalhados, o que fazem total diferença no aprendizado.

Nos livros da coleção “Math: No Problem!”, de Singapura, nos chamou a atenção, justamente a relação entre a representação esquemática e a representação simbólica na resolução de problemas, e na ênfase nas múltiplas representações e resoluções. Em Singapura, a notação simbólica da matemática está quase sempre muito próxima de imagens que apoiam a estrutura do problema.

Além da resolução de problemas em si, fazem parte da metodologia de educação matemática de Singapura a utilização das ferramentas “*Number Bond*”; “*Family Facts Numbers*” e “*Bar Model*”. Como diz Sutherland: “É importante que os estudantes desenvolvam um repertório de ferramentas matemáticas diferentes e uma consciência do uso apropriado em diferentes situações” (2009, p. 54-55).

Concentrar-se em ferramentas matemáticas não é, em geral, o modo como os matemáticos e os educadores da área da matemática pensam sobre matemática. Para a maioria dos matemáticos, a matemática está associada a trabalho mental, que frequentemente vem acompanhado de negação do uso de ferramentas, mesmo algumas tradicionais, como lápis e papel. Mesmo quando os matemáticos usam ferramentas, como papel, livros e conversões matemáticas, tendem a não reconhecer o papel desses recursos na aprendizagem e na produção matemática. (SUTHERLAND, 2009, p. 17)

A ideia é a de que, para qualquer situação-problema seja utilizada pelo menos uma ferramenta matemática. É claro que, dependendo da situação, algumas ferramentas são mais adequadas que outras.

O papel do professor pode ser entendido como o de introduzir novas ferramentas matemáticas aos alunos de resolução de problemas, com a consciência de que cada um traz consigo uma bagagem de ferramentas para qualquer situação. (SUTHERLAND, 2009, p. 57)

O importante é que o educando conheça essas ferramentas e saiba utilizá-las, para daí poder escolher a ferramenta mais apropriada para cada

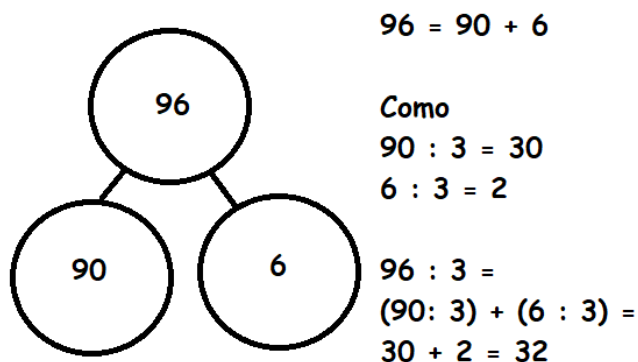
problema, e essa “consciência” de uso apropriado vem com a prática e o domínio das ferramentas.

Dante (1993) afirma que a capacidade e a habilidade de resolver problemas se desenvolve ao longo do tempo, como resultado de um ensino prolongado, da resolução de diferentes tipos de problemas, de diversas formas e de confronto com situações reais do cotidiano.

O *Number Bond* (NB) é utilizado em todo o processo de aprendizagem do número e das quatro operações aritméticas básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Para utilizar o NB, o educando deve analisar cada situação ou problema e descobrir a decomposição numérica mais conveniente. Exemplo: $7 = 5 + 2$ ou $7 = 4 + 3$ ou $7 = 6 + 1$, etc. Nesse exemplo o “*Number Bond*” é o número representado no lado esquerdo (sete) que é decomposto em duas partes, de três formas diferentes, para generalizar a ideia de parte-todo e de comparação.

Essa ferramenta pode ser muito útil na divisão, por exemplo: quero dividir 96 por 3. Como $96 = 90 + 6$, e 90 dividido por 3 é 30 e 6 dividido por 3 é 2, 96 dividido por 3 será igual a 30 mais 2, ou seja, 32.

Figura 2 - “*Number Bond*” (NB): uso na divisão.



Fonte: Exemplo realizado pela autora, 2019.

NB também é utilizado na multiplicação de números grandes. Como exemplo, utilizamos a multiplicação de 324 por 40. Observe que 324 foi decomposto e multiplicado cada parte do número por 40, para posteriormente ser adicionado:

$$324 \times 40 = ?$$

$$324 = 300 + 20 + 4$$

Como:

$$300 \times 40 = 12000$$

$$20 \times 40 = 800$$

$$4 \times 40 = 160$$

Então,

$$324 \times 40 =$$

$$12000 + 800 + 160 =$$

$$12960$$

Já a ferramenta “*Fact Family Numbers*”, nada mais é do que explorar as possibilidades de operações com um conjunto de números dentro da adição e da subtração, relacionando-os. Por exemplo, entre [7, 5 e 2]: $7 - 2 = 5$, $7 - 5 = 2$, $5 + 2 = 7$ e $2 + 5 = 7$. Neste tipo de tarefa devem ser exploradas todas as hipóteses existentes, isto é, as quatro possibilidades de relacionar os três números usando a adição e a subtração, como mostra a Figura 3.

Figura 3 - “Fact Family Numbers” (FFN): operações de soma e subtração.

[7, 5, 2]		
7	-	5 = 2
7	-	2 = 5
2	+	5 = 7
5	+	2 = 7

Fonte: Exemplo realizado pela autora, 2019.

O “*Fact Family Numbers*” (FFN) também pode ser usado nas outras duas operações aritméticas básicas (multiplicação e divisão). Observe o exemplo abaixo:

Figura 4 - “Fact Family Numbers” (FFN): operações de multiplicação e divisão.

A square box with a thick black border containing the following text:

$$[6, 3, 2]$$
$$2 \times 3 = 6$$
$$3 \times 2 = 6$$
$$6 : 3 = 2$$
$$6 : 2 = 3$$

Fonte: Exemplo realizado pela autora, 2019.

O “*Modeling Bar*”, “*Bar Model*” (*Modelo de Barras*) é utilizado desde as séries iniciais e essa técnica é desenvolvida ao longo dos anos escolares. Trata-se da visualização pictórica na passagem entre o concreto e o abstrato. Além de ser uma ferramenta para a resolução de problemas, o Modelo de Barras utilizado em Singapura também pode ser um ótimo aliado para explicar conceitos matemáticos, principalmente quando se trata das operações com frações.

Além disso, pode-se pensar também nesta estratégia como uma aprendizagem gradual da Álgebra. Isso por que, ao usar a barra sem partições para representar uma quantidade, é feita a generalização, ou seja, o estudante deve compreender que ele pode usar uma barra para representar qualquer quantidade. Como diz Fernandes (2017), este processo de representação pictórica e generalização é um sistema de abstração que a criança concretiza e deve vivenciar, do mais simples ao mais complexo.

Veremos agora a relação dessa metodologia com a Aprendizagem Significativa.

2.3 A METODOLOGIA DE SINGAPURA E A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Segundo Fernandes (2017), em Singapura, o estudante deve ter vontade expressa de aprender, revelando uma motivação intrínseca alicerçada num querer forte para pensar e agir, realizando com gosto os problemas e os exercícios propostos. Isso por que quando a criança é estimulada tem mais chances de conseguir atingir seus objetivos e isso faz crescer a sua vontade de aprender.

Neste processo, como já vimos, o Método de Singapura insiste na resolução de problemas e de exercícios que fazem o estudante pensar, além de criar seus próprios problemas, levantar hipóteses de resolução, redefinir novas estratégias, compartilhar e analisar diferentes formas de resolução, de modo a criar autonomia e autoestima dos estudantes nas suas aprendizagens matemáticas.

Afinal, como diz Fernandes, o mais importante não é ensinar Matemática, mas é ensinar a aprender matemática.

A atitude de aprender cria laços perenes com o conhecimento e esta postura faz a diferença na nossa vida e na vida das crianças e dos jovens que privam conosco. Por outro lado, esta motivação intrínseca de ambas as partes cria empatia, respeito e vontade de vencer. (FERNANDES, 2017, não paginado).

E aprender a aprender é a base da Aprendizagem Significativa. Como diz Moreira: “Aprendizagem significativa é aprendizagem com compreensão, com capacidade de transferência, de aplicação a situações novas”. (2017, p. 43). E para isso, o educando precisa interpretar, relacionar conceitos, discutir, receber e fazer críticas, organizar e desenvolver estratégias, problematizar.

Segundo Moreira (2017), talvez não uma, mas um conjunto de coisas possa levar o aluno a aprender a aprender criticamente, como abandonar a narrativa, levar em conta o conhecimento prévio do educando, estimular o aluno a perguntar, aprender com o erro, usar diferentes estratégias de ensino.

Na resolução de problemas os alunos precisam mobilizar seus conhecimentos e gerenciar essas informações na busca de estratégias para a resolução. Dessa forma, estão estabelecendo relações e ampliando seus conhecimentos a respeito de conceitos e

procedimentos matemáticos. Além disso, a partir da observação de casos particulares, regularidades são descobertas, generalizadas e hipóteses matemáticas são formuladas. O ensino através da resolução de problemas favorece a capacidade de aprender a aprender. (GOIS, 2014, p. 11)

A seguir apresentamos, de maneira resumida, os principais princípios da Aprendizagem Significativa, sob a ótica de Marco Antônio Moreira (2000), por acreditar, a partir do que está sendo apresentado, que esses princípios norteiam a metodologia de Singapura:

1. Princípio do conhecimento prévio: Aprender que aprendemos a partir do que já sabemos. O assunto deve ter relevância para o aluno. Só consigo motivar meus alunos quando os conheço e sei o que gostam. Quando o assunto é relevante, o aprendizado acontece mais rápido.

2. Princípio da interação social e do questionamento: Aprender e ensinar perguntas ao invés de respostas. Todo novo conhecimento resulta de novas perguntas. Uma vez que aprendemos a formular perguntas significativas, aprendemos a aprender.

3. Princípio da não centralidade do livro de texto: Aprender a partir de diferentes materiais educativos: artigos, jornais, documentos, etc. O livro didático visto como apenas um dentre vários materiais.

4. Princípio do aprendiz como perceptor/representador: Importância da interação pessoal e do questionamento na facilitação da aprendizagem significativa. Somos perceptores e representadores do mundo.

5. Princípio do conhecimento como linguagem: Aprender que a linguagem está totalmente envolvida em qualquer tentativa humana de perceber a realidade.

6. Princípio de consciência semântica: Aprender que o significado está nas pessoas, não nas palavras.

7. Princípio da aprendizagem pelo erro: Aprender com os erros é aprender a aprender, aprender através da sua superação.

8. Princípio da desaprendizagem: Aprender a desaprender, a distinguir o relevante do irrelevante, libertando-se do irrelevante.

9. Princípio da incerteza do conhecimento: Perguntas são instrumentos de percepção, e definições e metáforas são instrumentos que nos fazem

pensar. Definições, perguntas e metáforas estão inter-relacionadas na linguagem humana.

10. Princípio da não utilização do quadro-de-giz: da participação ativa do aluno e da diversidade de estratégias. O uso de estratégias diversificadas que impliquem na participação ativa dos educandos e promovam um ensino onde o aluno é protagonista é fundamental para facilitar a aprendizagem significativa crítica. A aprendizagem significativa é adquirida através do fazer, de colocar em prática.

11. Princípio do abandono da narrativa (aulas apenas expositivas). Deixar o aluno falar, se expressar, discutir, negociar significados, ser ativo no processo de ensino-aprendizagem. Apenas ouvir o professor e repetir não gera aprendizado, e sim repetição.

Na aprendizagem significativa, o aluno não é um receptor passivo, ele constrói, produz o seu conhecimento. Segundo Moreira, “Aprendizagem significativa é aprendizagem com significado, compreensão, sentido, capacidade de transferência; oposta à aprendizagem mecânica, puramente memorística, sem significado, sem entendimento” (2000, p. 6) e segundo Ausubel (1982), o conhecimento que se adquire de maneira significativa é retido e lembrado por mais tempo e aumenta a capacidade de aprender outros conteúdos de uma maneira mais fácil.

Um dos fatos fundamentais que rege as mudanças educacionais é o fato de se buscar nos alunos a capacidade de aprender a aprender, pois vivemos em uma sociedade moderna onde os alunos estão ligados as tecnologias e estão deixando de lado a busca e o interesse pelo conhecimento. Muitas vezes falta, por parte dos professores esclarecerem aos alunos a importância em aprender matemática, onde as situações problemas são fundamentais para levar o aluno a pensar por si próprio, possibilitando o exercício do raciocínio lógico e não apenas o uso padronizado de regras. (FERREIRA, 2014, p. 3)

Quando trabalhamos constantemente com resolução de problemas, como a metodologia de Singapura propõe, inserimos o conteúdo dentro de um contexto, tornando o processo de aprendizagem significativo para o educando, pois deixa de ser desconexo da realidade, fazendo sentido para ele. E esse é o objetivo: uma aprendizagem da Matemática realmente significativa para o educando.

No próximo capítulo, discute-se sobre a importância da resolução de problemas, assim como, se explica a atuação das ferramentas faladas nesse capítulo na aplicação de problemas envolvendo as operações matemáticas.

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM MATEMÁTICA

A Matemática na perspectiva metodológica da resolução de problemas utiliza o raciocínio lógico, em vez da transposição analógica, a qual exigia apenas que o aluno memorizasse, geralmente sem compreender, e devolvesse o que decorou numa atividade avaliativa ou prova, geralmente parecida com os exemplos e listas de exercícios dados em aula; fazendo com que, em vez de repetir o que treinou, o aluno pense matematicamente, desenvolvendo a sua capacidade de leitura, de interpretação e de pesquisa, estimulando a criatividade e proporcionando o desenvolvimento de estratégias de resolução em diferentes contextos.

Situações-problemas são problemas de aplicação que retratam situações reais do dia-a-dia e que exigem o uso da Matemática para serem resolvidos. Através de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se *matematizar* uma situação real, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações, etc. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados. Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a Matemática, desde que a resposta se relacione a algo que desperte interesse. (DANTE, 2003, p.20)

Como diz Pozo e Echeverria, problemas e exercícios são atividades que possuem objetivos diferenciados:

Problemas e exercícios são tarefas que possuem um propósito de resolução diferente. Contudo, a diferença entre eles consiste na utilização de estratégias que leva a uma resposta. O aprender matemática deve ocorrer num ambiente com destaque na resolução de problemas e não somente calculando e resolvendo exercícios, tendo em vista que, com frequência, nos deparamos na vida com problemas e situações que exigem soluções novas, criativas, decisões corretas, etc. Portanto, é desse modo que o aluno envolva-se com o "fazer" matemático com propósito de criar hipóteses, calcular e investigar a partir da situação problema apresentada. Uma vez que: orientar o currículo para solução de problemas significa procurar e planejar situações suficientemente abertas para induzir nos alunos uma busca e apropriação de estratégias adequadas não somente para darem respostas a perguntas escolares como também às da realidade cotidiana. (POZO; ECHEVERRÍA, 1998, p.14)

Neste capítulo, discute-se a importância da resolução de problemas na Matemática e sua relação com a Metodologia de Singapura, afinal, como diz Baldin:

É notório o movimento dos países que desenham seus currículos de matemática dos anos iniciais em torno da Resolução de Problemas que trabalha, junto com as competências de linguagem e comunicação, a construção de significados dos conceitos, as técnicas algorítmicas e operacionais, desenvolvimento da capacidade de propor estratégias e compreender as dos outros, investigar a validação de soluções e suas extensões. (BALDIN, 2018, p. 35)

O Método de Singapura enfatiza a resolução de problemas em todas as fases do aprendizado, desenvolvendo conceitos e processos, trabalhando habilidades e atitudes, criando uma experiência de metacognição. Não basta aprender cada um dos conceitos matemáticos, é importante aprender como eles se conectam e saber aplicar esses conceitos na solução de problemas.

No Brasil, também se espera que os educadores de Matemática trabalhem de forma semelhante: segundo o PCN de Matemática, a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL/PCN, 1997, p. 32)

3.1 A IMPORTÂNCIA DA INTERPRETAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Cada vez mais se percebe que uma educação matemática de qualidade se baseia na resolução de problemas. Isso por que a resolução de problemas proporciona uma contextualização do conteúdo matemático dentro da realidade, trabalha com a leitura e interpretação da língua materna, com a linguagem própria da Matemática, com a análise de situações e o desenvolvimento de estratégias, desenvolvendo o raciocínio lógico e o pensamento matemático do educando.

A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a

exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-la. (PCN, 1998, p. 40)

Segundo Itacarambi, a capacidade de resolver problemas é algo que se desenvolve com o tempo, como resultado de um ensino prolongado e de confronto com situações reais que necessitam de uma solução: “Em geral considera-se problema como uma situação que apresenta dificuldades para as quais não há uma solução evidente” (2010, p. 12), e essa solução pode não ser necessariamente quantitativa. A utilização da interpretação e resolução de problemas na Matemática é um meio eficaz de aguçar o raciocínio lógico do educando, já que se baseia na capacidade dos educandos de elaborar estratégias e não simplesmente na repetição de etapas.

Uma aula de Matemática onde os alunos, incentivados e orientados pelo professor, trabalhem de modo ativo – individualmente ou em pequenos grupos – na aventura de buscar a solução de um problema que os desafia é mais dinâmica e motivadora do que a que segue o clássico esquema de explicar e repetir. O real prazer de estudar Matemática está na satisfação que surge quando o aluno, por si só, resolve um problema. Quanto mais difícil, maior a satisfação em resolvê-lo. Um bom problema suscita a curiosidade e desencadeia no aluno um comportamento de pesquisa, diminuindo sua passividade e conformismo. (DANTE, 2007, p. 13-14)

Entretanto, para que isso realmente ocorra, é necessária compreensão do problema, dos dados, da pergunta, do seu propósito, para que os educandos possam desenvolver suas próprias estratégias e, após uma análise do que foi feito, determinar se o objetivo foi ou não alcançado. É preciso compreender o problema.

É importante, portanto, que ensinemos nossos educandos não apenas a resolver os problemas com operações matemáticas, mas a ler e compreender o enunciado desses problemas (o português que a matemática usa), aprendendo a linguagem matemática.

Algumas dificuldades dos alunos em resoluções dos problemas têm origem na dificuldade do aluno em entrar no movimento didático, ora por não compreenderem termos que os professores utilizam, ora por não saberem o que os professores esperam deles, ora por buscarem resoluções padronizadas para enunciados. (BRANT, MORETTI, 2016, p. 228)

Como diz Itacarambi, “A leitura do problema se refere não só à compreensão, mas também envolve termos específicos da matemática que, muitas vezes, não fazem parte da experiência dos alunos” (2010, p. 14), portanto, para que essa compreensão adequada na resolução de problemas seja possível, é necessário exercitar-se na linguagem matemática na escola e em casa.

Segundo Sutherland, “As salas de aula deveriam se tornar comunidades de criação de conhecimento e investigação como aspectos centrais desse processo, e com a linguagem desempenhando um papel crucial nesse processo” (2009, p. 56).

Em geral, a não compreensão do enunciado impede a resolução correta do problema. Podemos dizer que “Professores e alunos têm compreensões diferentes sobre contextos de enunciados havendo inquietação no processo de resolução e entendimento da situação envolvida” (Brant, Moretti, 2016, p. 226).

Itacarambi ainda complementa listando as maiores dificuldades encontradas pelos alunos quando se trata de resolução de problemas. Para ela, se o educando não consegue resolver um problema de Matemática, podemos constatar que: ou o aluno não compreende o que lê e se limita a juntar os dados numéricos do enunciado ou compreende o enunciado como um todo, mas não observa alguns detalhes importantes para a solução do problema ou não domina o conteúdo necessário para a resolução do problema (2010, p. 18).

Errar, entretanto, faz parte do aprendizado e pode se tornar um aliado importante para professores e alunos. Segundo Itacarambi, o erro é “uma forma de raciocinar que necessita ser discutida” (2010, p. 17). É realmente essencial que o educador faça seu aluno refletir sobre o seu erro e aprender com ele. “Na escola o professor não pode eliminar o risco de errar, mas tentar utilizar os erros para ampliar as possibilidades de aprendizagem dos alunos” (Itacarambi, 2010, p. 18). Aprende-se com o erro quando o aluno se pergunta: Onde errei? Por que errei? E tenta descobrir o que precisa fazer para acertar. Relê, compara, refaz, acerta. Tem uma postura positiva diante do erro. Nesses casos, como dizem Brant e Moretti, o processo de aprendizado através da resolução de problemas vale todo o esforço:

Cada vez que a classe resolve um problema, a compreensão, a confiança e a autovalorização dos estudantes são desenvolvidas. Professores que experimentam ensinar dessa maneira nunca voltam a ensinar do modo ensinar dizendo. A excitação de desenvolver a compreensão dos alunos através do seu próprio raciocínio vale todo o esforço e, de fato, é divertido também para os alunos. (BRANT, MORETTI, 2016, p. 214)

Outro ponto importante é a socialização: poder observar os diferentes caminhos utilizados pelos seus colegas e compartilhar sua trajetória para a resolução de problemas.

Uma situação problema torna-se desafiadora, quando esta propõe ao aluno inventar estratégias e criar ideias, objetivando atingir o resultado esperado. Sabe-se que cada indivíduo poderá alcançar o resultado, mas nem todos terão seguido o mesmo caminho, pois cada um tem sua estratégia particular. (FERREIRA, 2014, p. 3)

A socialização das atividades entre os educandos é muito importante, sejam elas atividades descritivas, resolução de problemas, estudos de caso, desenvolvimento de projetos ou até desenvolvimento de jogos, pois é através da socialização dos seus resultados que o aluno percebe que há diferentes maneiras de se observar e solucionar uma mesma situação e aprende com os outros. Também consegue descobrir o porquê dos seus erros através da resolução dos outros. Além disso, geralmente, o aluno se sente motivado a socializar quando consegue resolver o problema, aumentando sua autoestima. “Acreditamos que discutindo no grupo e fazendo comparações entre as diferentes resoluções os alunos desenvolvem uma matemática prática de investigação”. (Itacarambi, 2010, p. 16 -17)

Por esta razão, o ideal é que não se corrija problemas na sala, os problemas precisam ser debatidos, discutidos, socializados em sala. Sempre dar oportunidade para o aluno refletir sobre o problema antes, seja em grupo ou individualmente. Afinal, se o professor simplesmente “resolver todos os problemas no quadro”, o aluno continua passivo, sem desenvolver estratégias de resolução de problemas. Mas quando ocorre o pensamento prévio, seguido pela socialização, o educando precisa aprender a pensar matematicamente, criar suas próprias estratégias e também tem a oportunidade de aprender com os outros e com seus próprios erros. Além disso, essa é uma excelente forma do professor identificar quais as dificuldades dos seus alunos.

Podemos dizer que o educando que aprende a resolver problemas, toma decisões mais coerentes, desenvolve a criatividade, o raciocínio lógico, a autonomia. Por todos esses motivos, participar efetivamente de grupos de discussões de problemas matemáticos, explicar ideias matemáticas e usar ferramentas para isso, é uma forma de desenvolver o pensamento matemático e, conseqüentemente, tem uma grande importância no aprendizado dessa matéria. Como reflete Secon:

Desse modo, a participação do aluno, suas atitudes, estratégias e procedimentos utilizados são avaliados constantemente, pois é a partir da avaliação das ações dos alunos e das dificuldades que eles apresentam que o professor conduz a aula, apresentando os conteúdos sempre que necessário, e, colocando perguntas que favoreçam o pensamento matemático. (SECON, 2009, p. 4)

Contudo, para que isso funcione, o ambiente de sala de aula deve ser propício e motivador para que os alunos se sintam à vontade para dizer livremente o que pensam e apresentar suas propostas de resolução. “Nesta proposta, criar um ambiente de motivação e de desafio é necessário para envolver o aluno na atividade, pois trabalhando com entusiasmo a tarefa difícil pode se tornar mais fácil” (Itacarambi, 2010, p. 16). Isso exige intervenções didáticas dos professores e posturas diferentes dos alunos. Os educandos devem se sentir à vontade para questionar, argumentar, contra-argumentar, fazer hipóteses, contestar, pesquisar, assim, vão desenvolvendo seu senso crítico, tornando-se pesquisadores, estabelecendo linhas de pensamento, aprendendo a pensar, a analisar, a comparar e a diferenciar.

O contexto social é um fator importante na atividade de investigação. O debate coletivo para estabelecer a natureza do problema que se busca é uma das características da investigação em geral. Ao fazer a análise qualitativa num ambiente de debate coletivo os alunos começam a fazer conjecturas que posteriormente se transformam em hipóteses que orientam a resolução e indicam os dados que devemos buscar. (ITACARAMBI, 2010, P. 15)

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (2007, p. 40):

A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim, os alunos terão mais chance de aumentar

seus conhecimentos sobre conceitos e procedimentos, como também, a visão que têm dos problemas, da Matemática, e do mundo como um todo, desenvolvendo sua autoconfiança acerca desse aprendizado.

Podemos concluir, então, através de tudo que foi discutido nesse capítulo, que a resolução de problemas é um método que, se bem utilizado, auxilia muito na construção de conceitos matemáticos e desenvolve várias habilidades fundamentais nos educandos, não apenas nessa disciplina, mas em toda sua carreira acadêmica e também na sua vida diária.

3.2 COMO RESOLVER PROBLEMAS PELA METODOLOGIA DE SINGAPURA

Como já foi citado anteriormente, a Metodologia de Singapura possui uma concepção de ensino baseada na resolução de problemas, desenvolvendo conceitos, trabalhando competências, proporcionando uma experiência de metacognição. E na resolução de problemas, essa metodologia segue algumas regras, que veremos a seguir.

Figura 5 - Aprendizado através da Resolução de Problemas na Metodologia de Singapura.

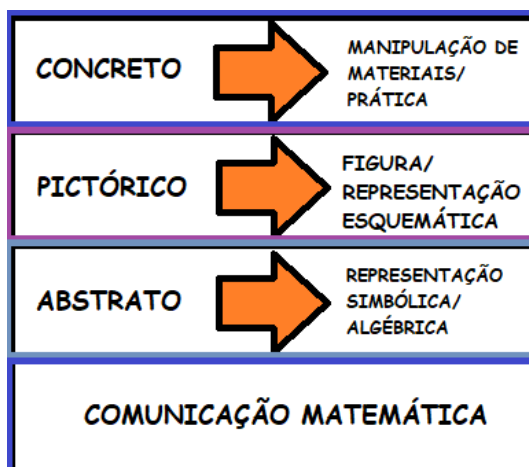


Fonte: Infográfico realizado pela autora, 2018.

Na resolução de problemas, o método dá ênfase às discussões em grupo, utiliza o auxílio visual e a prática/uso de material concreto para uma melhor compreensão do problema e, diante às dúvidas, reage com mais perguntas, sempre socializando os resultados.

A Metodologia de Singapura enfatiza o aprendizado de habilidades de resolução de problemas gerais e de pensamentos, demonstrações de como elas podem ser usadas na resolução de problemas matemáticos. Assim, a Metodologia do ensino de Matemática de Singapura se dá através da implementação de uma abordagem denominada CPA (Concreto + Pictorial + Abstrato), como mostra a Figura 6:

Figura 6 - CPA da Metodologia de Singapura.



Fonte: Infográfico realizado pela autora, 2018.

Através desse método, toda resolução de problemas passa por alguns passos: além da leitura e coleta de dados, pela fase concreta que é a compreensão do problema através da manipulação de materiais concretos (prática), a fase pictórica, que é realizada por uma representação esquemática (visual) e por fim pela representação simbólica (fase abstrata). Assim, o educando tem uma compreensão bem detalhada do problema, facilitando a sua resolução.

Para a fase concreta, essa metodologia utiliza o *Modelo de Barras*. O currículo de Singapura usa os diagramas para contextualizar o problema e o esquema visual para permitir que o educando compreenda melhor a situação problemática.

Seguem os tópicos sugeridos de resolução de problemas através do Método de Singapura:

1º: Leia o problema inteiro, sem prestar muita atenção. A ideia é visualizar o que é dito. Depois, com mais calma, releia e anote os dados do problema.

2º: Descubra o que trata o problema e registre os dados e a pergunta do problema.

3º: Desenhe barras de unidade com mesmo comprimento para ajudar na visualização. (Modelo de Barras)

4º: Releia o problema novamente, uma frase de cada vez e represente as suas informações nas barras.

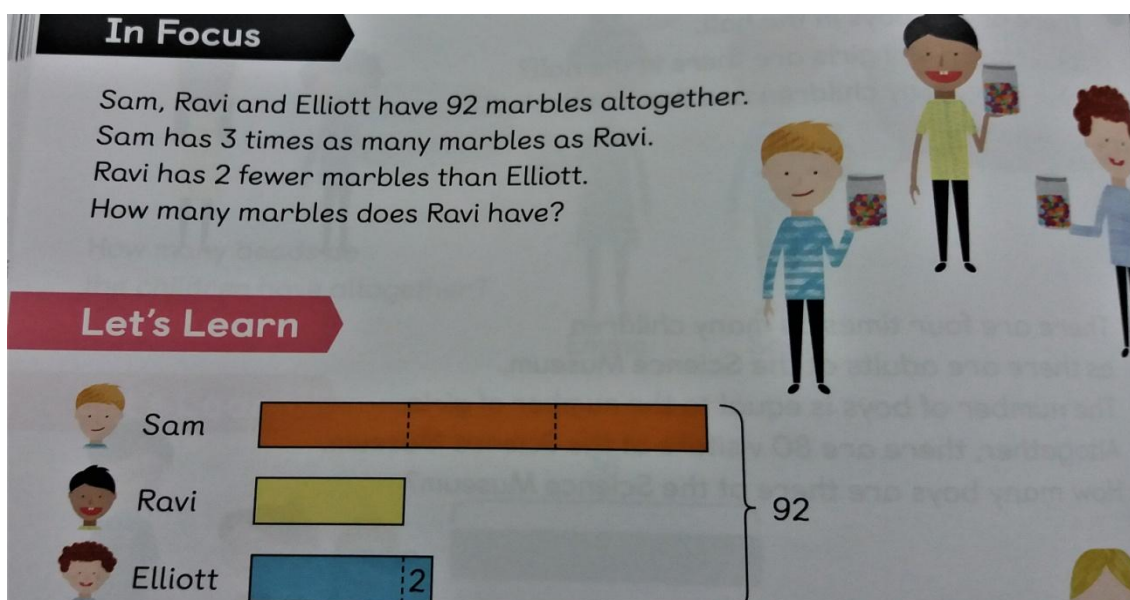
5º: Determine o que é para fazer e adicione um ponto de interrogação nas barras para representar a resposta do problema.

6º: Solucione o problema e coloque o resultado. É importante escrever os cálculos utilizados, para poder voltar e checar se foi tudo realizado corretamente.

7º: Finalize, escrevendo a solução do problema também por extenso.

Observe a forma como foi resolvido esse problema: *Sam, Ravi e Elliott tinham juntos 92 bolinhas de gude. Sam tem três vezes mais bolinhas de gude que Ravi e Ravi tem duas bolinhas de gude a menos que Elliott. Quantas bolinhas de gude Ravi possui?*

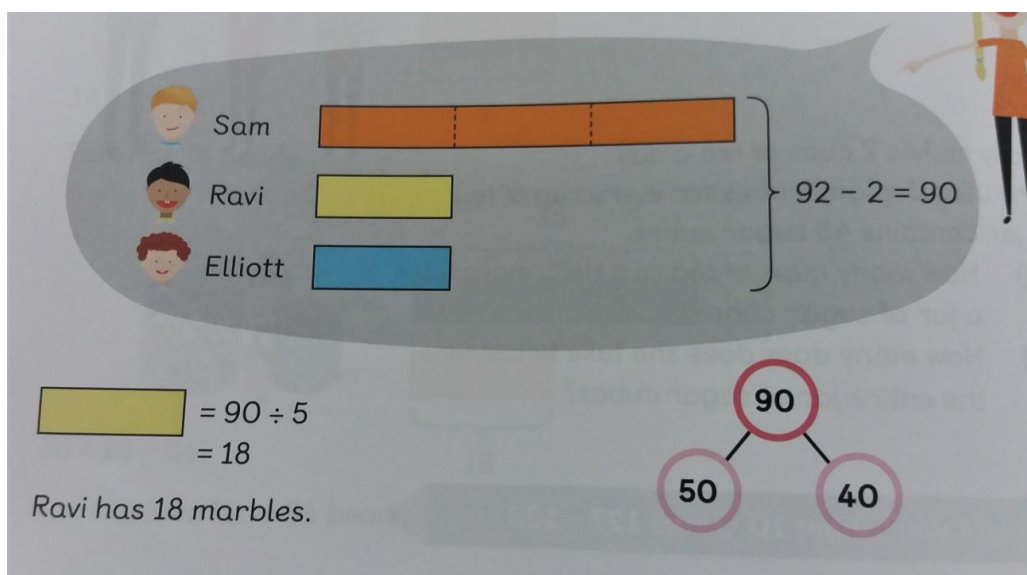
Figura 7: Interpretando Problemas pelo Método de Singapura.



Fonte: "Math – No Problem!", Textbook 3A de Singapura (2014, p. 160).

A Figura 7 mostra os primeiros passos do método de resolução de problemas. Os três personagens foram desenhados, proporcionando um estímulo visual. Ao lado dos seus nomes, barrinhas desenhadas de forma proporcional, representando a quantidade ainda não sabida de bolinhas de gude de cada um, com relação ao Ravi. Na Figura 8, observamos que, para uma contagem mais facilitada, retiraram-se as duas bolinhas a mais que Elliott tinha e, conseqüentemente, do total de bolinhas, que passou a ser 90.

Figura 8 - Resolvendo Problemas pelo Método de Singapura.



Fonte: "Math – No Problem!", Textbook 3A de Singapura (2014, p. 160).

Assim, pode-se dividir o total de bolinhas em 5 partes iguais, descobrindo o número de bolinhas de gude que Ravi possui. Para fazer a divisão, também foi utilizado o conceito de NB, desmembrando 90 em partes de 50 e 40. Então, a divisão torna-se mais fácil, pois só precisamos dividir 40 por 5, que é 8, já que cabe uma vez 50 dentro de 90, logo,

$$90 \div 5 = (50 + 40) \div 5 = (50 \div 5) + (40 \div 5) = 10 + 8 = 18$$

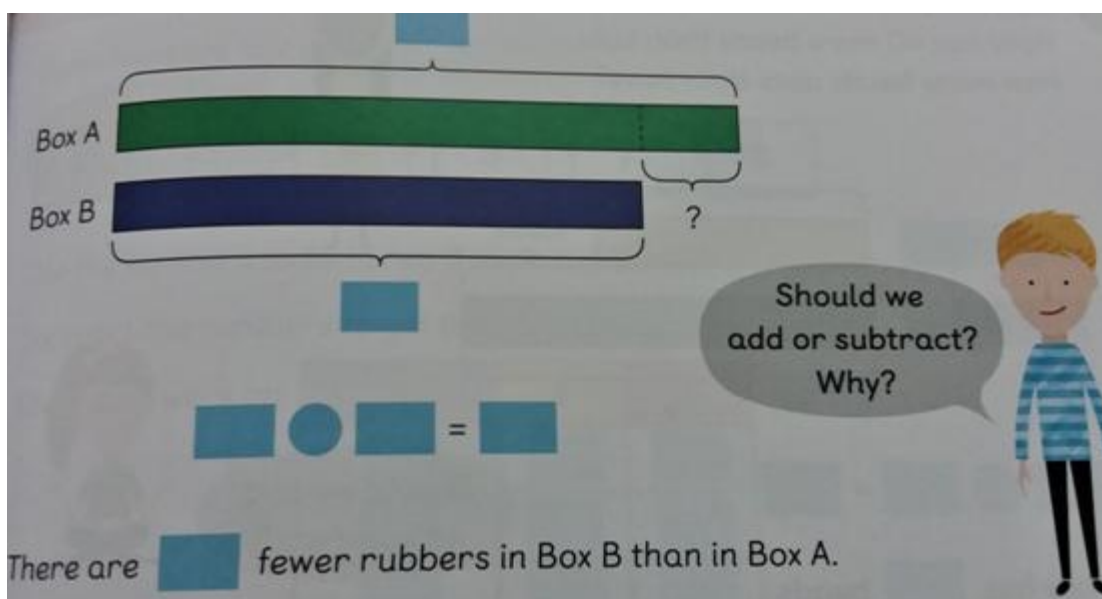
Dessa forma, um problema que, no Brasil, costumamos trabalhar com os nossos estudantes apenas no oitavo ano do EFII, quando ensinamos Sistemas de Equações do Primeiro Grau, em Singapura, é trabalhado nas séries iniciais do EFI, de uma forma bem mais lúdica, onde todos compreendem, sem precisar falar em Sistemas.

Segue a resolução desse problema através da utilização de Sistemas do Primeiro Grau com três variáveis, sendo x o número de bolinhas de gude que Sam possui, y o número de bolinhas de Ravi e z o número de bolinhas de Elliott:

$$\begin{cases} x + y + z = 92 \\ x = 3y \\ z = y + 2 \end{cases} \rightarrow 3y + y + (y + 2) = 92 \rightarrow 5y = 90 \rightarrow y = \frac{90}{5} = 18$$

Observe que essa forma de resolução é muito mais complexa, porém, surte o mesmo efeito da resolução anterior.

Figura 9 - Criando Problemas com operações básicas.



Fonte: "Math – No Problem!", Textbook 3A de Singapura (2014, p. 87).

A Figura 9 mostra uma situação em que o aluno é que deve construir o problema, através das informações oferecidas visualmente. Essa é uma excelente forma de desenvolver o raciocínio matemático dos educandos, muito utilizada pelo Método de Singapura.

Alguns outros importantes ensinamentos de Singapura na resolução de problemas: oportunizar que o educando leia o problema em voz alta, proporcionando foco; ofertar problemas cujas soluções precisem ser planejadas; pedir para eles resolverem os problemas através de mais de um método; permitir discussões em grupos e socializações de resoluções.

Outra contribuição interessante na resolução de problemas é a de desenvolver na criança a habilidade de explicar o processo de pensamento utilizado na sua resolução, estando correta ou não, oportunizando momentos de interação com os demais educandos e incentivando constantemente o registro individual.

As análises dos exemplos seguintes nos permitem descobrir a importância desta representação na leitura, interpretação e resolução dos problemas diretamente relacionados com as operações básicas da Matemática.

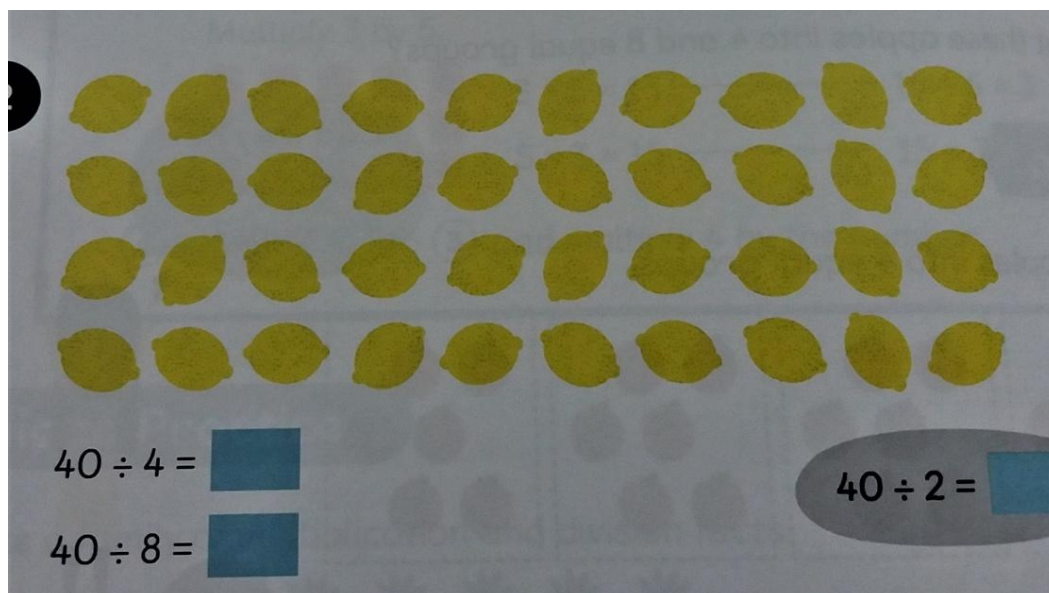
4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PELO MÉTODO DE SINGAPURA

Complementando o capítulo anterior, veremos alguns exemplos práticos de resolução de problemas com operações básicas, cálculo de áreas e o estudo de frações, pelo Método de Singapura de uma forma mais detalhada, antes de aplicar essa metodologia através de um jogo.

4.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM OPERAÇÕES ARITMÉTICAS BÁSICAS

Todos os conteúdos apresentados no material didático de Singapura estão configurados na metodologia de resolução de problemas, mesmo que muitas vezes os problemas não possuem enunciados, sendo apenas visuais, como mostra a Figura 10.

Figura 10 - Divisão Simples.



Fonte: "Math – No Problem!", Textbook 3A de Singapura (2014, p. 120).

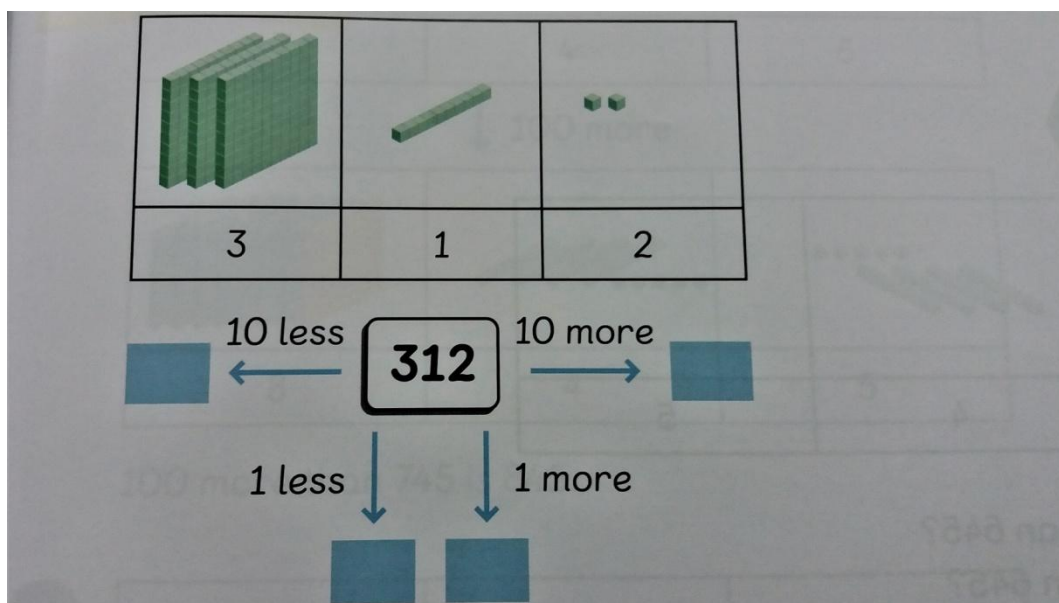
Nesse caso, a divisão pode ser feita através do simples desenho de conjuntos de limões. Conjuntos de 10, conjuntos de 5 e, finalmente, conjuntos de 20 limões. Um exercício totalmente visual, que pode ser trabalhado com crianças até da Educação Infantil, mesmo quando ainda não lhes foi

apresentado o símbolo da divisão, pois se trata de uma noção intuitiva de quantos limões posso distribuir para “tantas” pessoas.

Outra prática comumente utilizada pela Metodologia de Singapura é o uso do Material Dourado como material concreto na resolução de problemas e, principalmente, na noção conceitual de números do sistema decimal e sua decomposição. Esse material também é muito utilizado no EFI nas escolas brasileiras. Originalmente desenvolvido por Maria Montessori, o Material Dourado é uma ferramenta extremamente importante no Ensino da Matemática e é composto basicamente por cubinhos pequenos (uma unidade), palitos de 10 unidades (uma dezena), placas retangulares de 100 unidades (uma centena) e um cubo grande de 1000 unidades (um milhar).

Sua utilidade é tão rica que poderia ser feito uma tese de doutorado apenas sobre sua aplicação. Particularmente, utilizo o Material Dourado em aulas práticas também com meus alunos do Ensino Fundamental II, no estudo do Cálculo de Áreas nos Sextos anos, Volumes de Paralelepípedos nos Sétimos, Estudos dos Polinômios e Produtos Notáveis nos Oitavos anos e Equações do Segundo Grau nos Nonos anos. Mas essas são apenas algumas das suas utilidades.

Figura 11 - Decomposição através do Material Dourado.

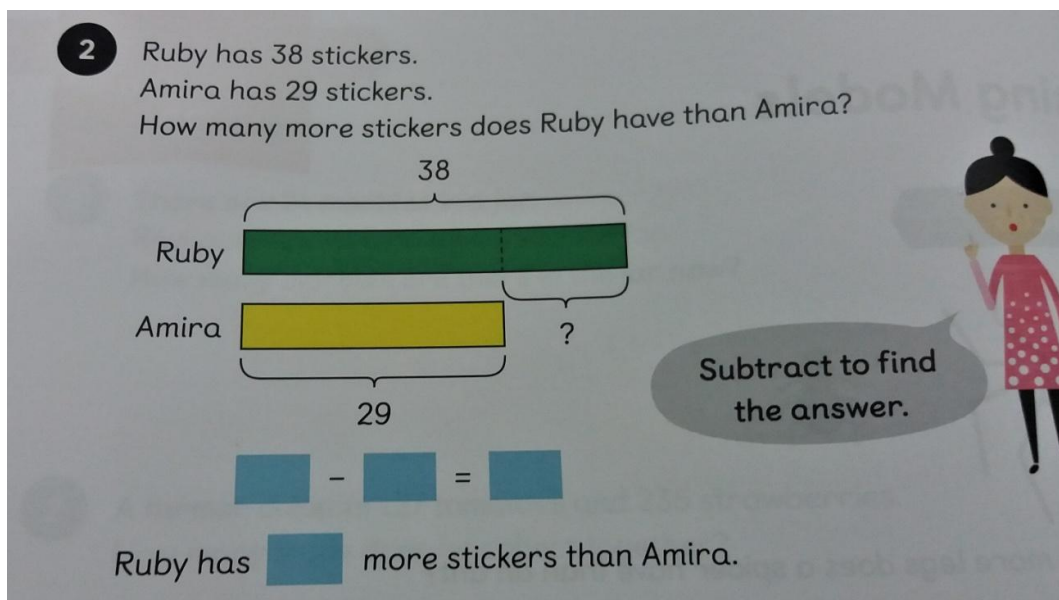


Fonte: “Math – No Problem!”, Textbook 3A de Singapura (2014, p. 21).

Na Figura 11, o exercício representa a decomposição do número 312, como a soma de 300 (três placas) com 10 (um palito) e 2 (dois cubos pequenos), ou seja, 3 centenas + 1 dezena + 2 unidades. Além disso, o mesmo exercício faz o aluno refletir sobre o acréscimo e subtração de 10 unidades e o antecessor e sucessor do número.

Vamos dar um exemplo disso através da resolução de um problema simples, representado pela Figura 12, envolvendo o cálculo de subtração.

Figura 12 - Resolução de Problemas envolvendo a Subtração de Números Naturais.



Fonte: "Math – No Problem!", Textbook 3A de Singapura (2014, p. 86).

Para resolver o problema *Ruby tem 38 figurinhas e Amira tem 29. Quantas figurinhas a mais tem Ruby que Amira?*, a Figura 12 mostra a representação através do *Modelo de Barras*, onde Ruby visivelmente possui uma barra maior que Amira. Para resolver esse problema, basta subtrair os valores de Ruby e Amira, ou seja, $38 - 29 = 9$.

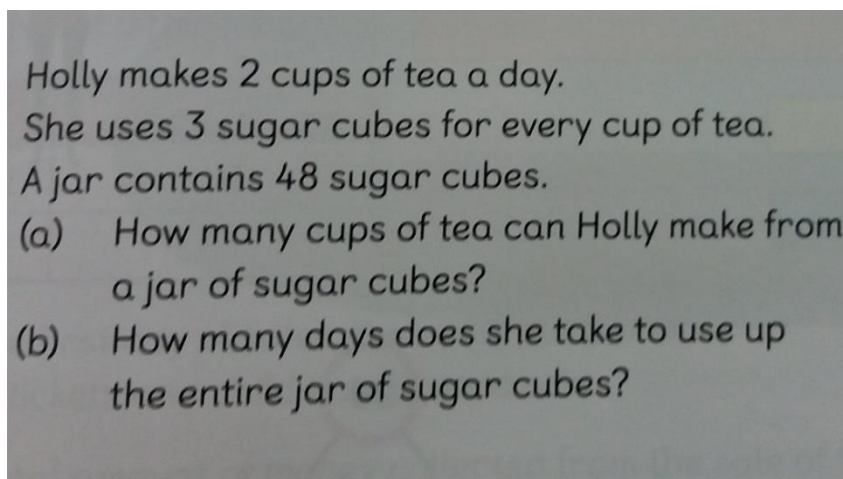
Nesse caso, entretanto, alguns alunos podem ficar com dúvidas na resolução dessa subtração, já que o algarismo das unidades 8 é menor que 9. Por isso, seria interessante utilizar nesse momento o Material Dourado, como sugere a Metodologia de Singapura. Ensinar os educandos a utilizar o Material Dourado nessas situações faz com que eles compreendam o ato de subtrair e não simplesmente decoram o verbete "empresta do número do lado", afinal, empresta como e por quê?

Quando subtraímos 38 unidades de 29, na verdade estamos subtraindo 3 dezenas e 8 unidades de 2 dezenas e 9 unidades. Assim, como 8 unidades é menor que 9, pegamos uma dezena das 3 dezenas iniciais e a dividimos em unidades, tornando 38 como 2 dezenas e 18 unidades. Conseqüentemente,

$$38 - 29 = (30 + 8) - (20 + 9) = (20 + 18) - (20 + 9) = \\ (20 - 20) + (18 - 9) = 0 + 9 = 9$$

No próximo exemplo, representado pela Figura 12, usaremos os NB para resolver o problema:

Figura 13 - Divisão Simples através de um Problema.



Fonte: "Math – No Problem!", de Singapura (2014, p. 159).

A Figura 13 mostra o seguinte problema: *Holly faz duas xícaras de chá por dia. Ela usa três cubos de açúcar para cada xícara de chá. Uma jarra contém 48 cubos de açúcar.*

(a) *Quantas xícaras de chá Holly pode fazer com a jarra de cubos de açúcar?*

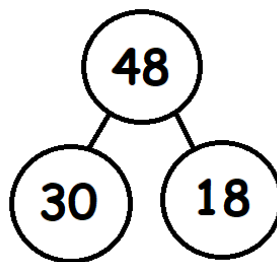
Holly tem uma jarra com 48 cubos de açúcar e precisa de 3 cubos para cada xícara de chá. Logo, quero saber quantas vezes 3 "cabe" em 48. Pensando em NB, temos que

$$48 = 30 + 18,$$

logo,

$$48 : 3 = 10 + 6 = 16.$$

Figura 14 - Number Bond A.

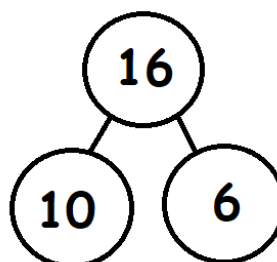


Fonte: Exemplo feito pela autora, 2019.

(b) Quantos dias ela levará para usar a jarra inteira de cubos de açúcar?

Já sabemos que com a jarra Holly pode fazer 16 xícaras de chá, então, como ela faz duas xícaras por dia, temos: $16 = 10 + 6$, logo, $16 : 2 = 5 + 3 = 8$.

Figura 15 - Number Bond B.



Fonte: Exemplo feito pela autora, 2019.

Logo, Holly pode fazer 16 xícaras de chá, ou seja, teria açúcar para o chá suficiente para 8 dias.

Observe que o esquema visual representado pela ferramenta matemática NB ajuda na resolução do problema e além disso, é uma forma eficiente de registro.

4.2 MÉTODO DA MULTIPLICAÇÃO PELO CÁLCULO DE ÁREAS

Em Singapura, introduz-se o conceito de multiplicação para os alunos de 6 e 7 anos. Em vez do tradicional método operativo, trazem a ideia de multiplicação como “adição repetitiva de grupos iguais”.

Usa-se a mesma abordagem parte-todo utilizada em operações de soma e subtração, sempre desenvolvendo através de representação esquemática/

pictórica e simbólica, que está sempre acompanhada de uma representação através de imagens, o que facilita a compreensão.

Depois, quando o educando já sabe decompor um número, já tem ideia de área e de multiplicação de potências de dez, utilizam o cálculo de áreas para resolver multiplicações com números grandes.

Figura 16 - Operação Multiplicativa através da Decomposição e do Cálculo de Áreas:

Exemplo1.

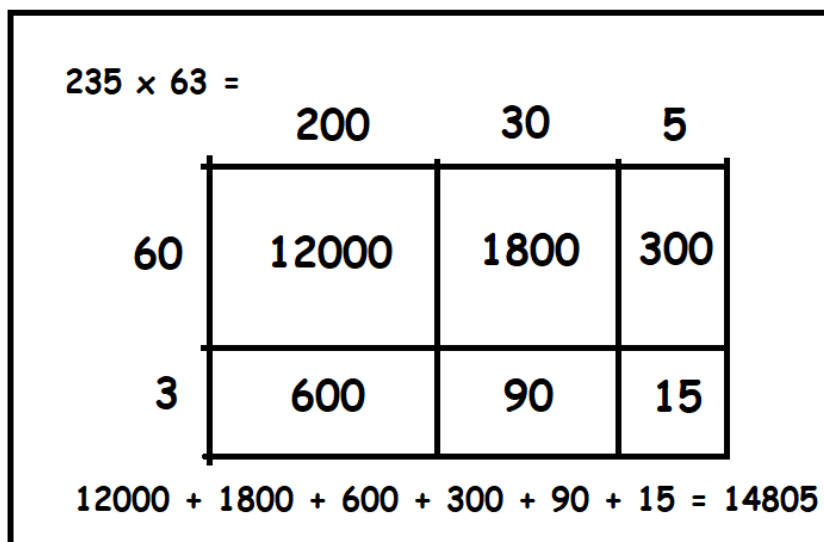
$24 \times 15 =$		x	20	4
$24 = 20 + 4$				
$15 = 10 + 5$	10		200	40
	5		100	20
			$200 + 100 = 300$	
			$40 + 20 = 60$	
			$300 + 60 = 360$	
			$24 \times 15 = 360$	

Fonte: Exemplo feito pela autora, 2019.

A Figura 16 demonstra a multiplicação dos números 24 e 15 pelo Método de Singapura: Primeiramente, decomparamos os números 24 ($20 + 4$) e 15 ($10 + 5$) e posicionamos esses números delimitando os “lados dos meus terrenos”, como representado na figura abaixo. Como o cálculo de áreas retangulares se dá através da multiplicação da base com a altura (ou comprimento x largura), calculamos as quatro áreas resultantes da multiplicação dos valores pré-definidos e, posteriormente, somamos as áreas, resultando na área total (área do retângulo maior é igual a soma das áreas dos retângulos menores). Assim, temos que

$$24 \times 15 = 360.$$

Figura 17 - Operação Multiplicativa através da Decomposição e do Cálculo de Áreas: Exemplo 2.



Fonte: Exemplo feito pela autora, 2019.

A Figura 17 mostra outro cálculo multiplicativo através desse método: Decompondo 235 ($200 + 30 + 5$) e 63 ($60 + 3$), obtemos o cálculo de seis áreas facilmente calculáveis:

$$60 \times 200 = 12.000,$$

$$60 \times 30 = 1800,$$

$$60 \times 5 = 300,$$

$$3 \times 200 = 600,$$

$$3 \times 30 = 90,$$

$$3 \times 5 = 15,$$

bastando, então, somar as áreas resultantes

$$12.000 + 1.800 + 300 + 600 + 90 + 15 = 14.805$$

e obtermos, então, a multiplicação de 235 por 63:

$$235 \times 63 = 14.805.$$

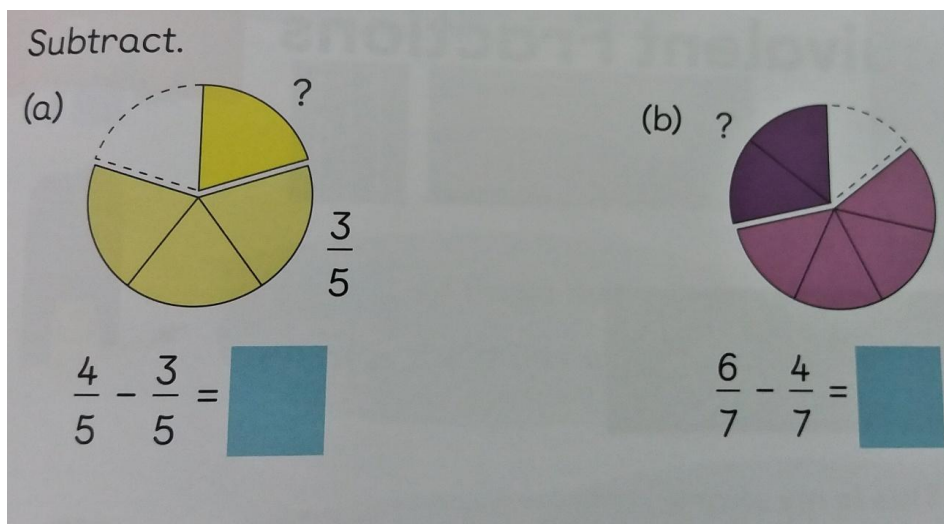
4.3 FRAÇÕES ATRAVÉS DO MODELO DE BARRAS

Frações é um conteúdo dado de forma tão fácil de compreender em Singapura, através de três vertentes: da lógica visual, da resolução de problemas e do *Modelo de barras*, que nos faz refletir: será que a dificuldade que nossos alunos têm de trabalhar com frações não está na forma que nós os ensinamos?

Pensando em nosso contexto diário, os números racionais aparecem muito mais em sua forma decimal do que na fracionária. Ainda assim, sua abordagem no ensino é de fundamental importância, já que são conhecimentos historicamente construídos e percursos no desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos. (GOIS, 2014, p. 11)

Na figura 18, temos um exemplo muito simples de se trabalhar com subtrações de frações de mesmo denominador: através do estímulo visual.

Figura 18 - Estudando Subtração de Frações.



Fonte: "Math – No Problem!", Textbook 3B de Singapura (2014, p. 127).

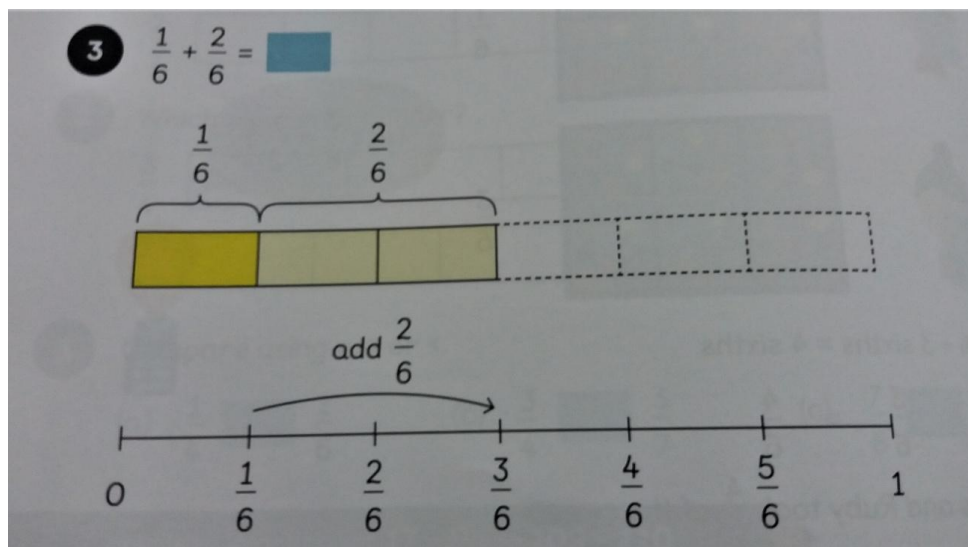
É claro que no Brasil também usamos técnicas semelhantes, a diferença é que, em geral, usamos dois, três exemplos visuais e depois nos perdemos em exercícios mecânicos de repetição, em que o aluno não compreende o que faz, apenas repete exaustivamente como o exemplo.

O estudo dos números racionais deve partir da exploração de seus significados: a relação parte-todo, quociente, razão e operador. O que

percebemos é que muitas vezes esses diferentes significados não são trabalhados nos primeiros ciclos de ensino e precisam ser abordados novamente no terceiro ciclo. (GOIS, 2014, p. 11)

Em Singapura, todos os exercícios são realizados de diferentes formas. Tanto a explicação do conteúdo como a resolução das atividades é feita sempre utilizando estímulos pictóricos, onde o aluno é levado a compreender o que está fazendo através da lógica visual. Além disso, todos os conteúdos apresentados no material didático de Singapura estão configurados na metodologia de resolução de problemas, inclusive as operações com frações.

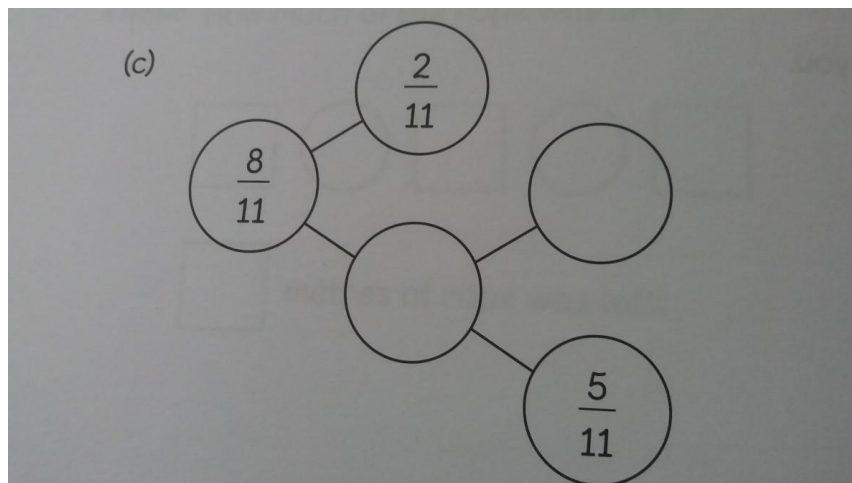
Figura 19 - Estudando Soma de Frações.



Fonte: Math – No Problem!”, Textbook 3B de Singapura (2014, p. 164).

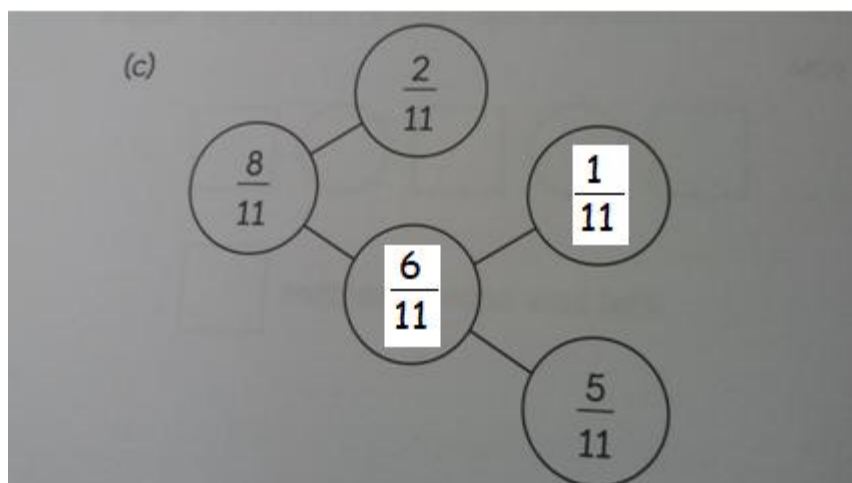
Na Figura 19, temos um exemplo de soma de frações com o mesmo denominador, representada de duas formas diferentes: visual, através do *Modelo de Barras* e esquemática, através da Reta Numérica. São exemplos muito simples e fáceis de compreender.

A figura 20 mostra outro tipo de resolução envolvendo soma de frações de mesmo denominador, através do uso de NB. Nesse exercício simples (Figura 20), porém bastante interessante, de adivinhar os números fracionários que faltam, os educandos precisam descobrir a operação matemática básica envolvida, que seria a soma de frações, observada através da lógica que envolve as frações já presentes no esquema.

Figura 20 - Soma de Frações usando NB.

Fonte: “Math – No Problem!”, Workbook 3B, de Singapura (2014, p. 130).

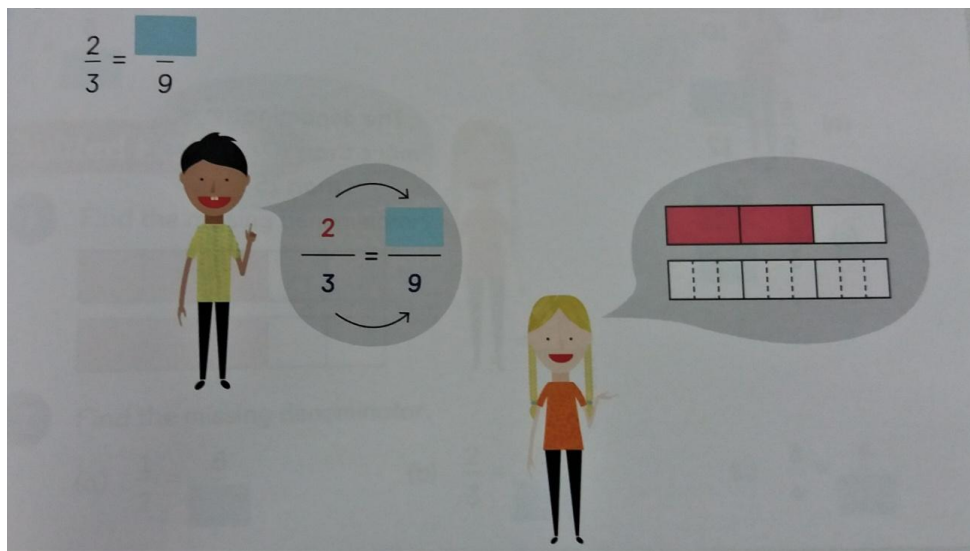
Observe que $\frac{8}{11} = \frac{2}{11} + \frac{6}{11}$ e que $\frac{6}{11} = \frac{1}{11} + \frac{5}{11}$, logo, os números racionais que faltam são $\frac{6}{11}$ e $\frac{1}{11}$.

Figura 21: Resolução da Soma de Frações usando NB.

Fonte: “Math – No Problem!”, Workbook 3B, de Singapura (2014, p. 130).

Já na Figura 22, o autor do livro didático usa o Modelo de Barras para representar frações equivalentes. Através do desenho fica muito simples entender que $\frac{2}{3}$ equivale a $\frac{6}{9}$.

Figura 22 - Estudando Equivalência de Frações 1.



Fonte: “Math – No Problem!”, Textbook 3B de Singapura (2014, p. 141).

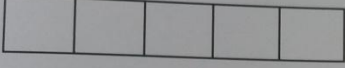
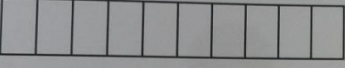
Segundo Fernandes (2017), para resolver uma situação problema o estudante precisa escolher a estratégia mais adequada para chegar ao resultado, e nesse processo necessita identificar e interpretar os dados do problema. O “Modelo de Barras” é um recurso didático que facilita esta escolha, pois o estudante faz a representação pictórica dos dados e a interpretação dos mesmos permite a modelagem do problema. Além disso, o registro desses dados e as suas interpretações são a base para argumentar e justificar as escolhas das operações assim como para validação da resposta final.

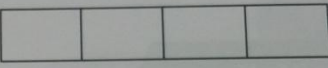
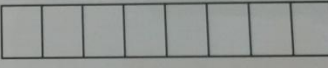
Através de exercícios como esses (Figuras 22 e 23) permitimos que nossos alunos entendam facilmente, através da visualização pelo método de barras, a equivalência de frações. Basta pintarem a primeira barra respeitando o numerador da fração base e, posteriormente, pintar a mesma proporção na barra de baixo, comparando com a de cima, e terão a quantidade correta do segundo numerador. No exemplo (a), portanto, teremos que um retângulo da primeira barra corresponde a duas na segunda barra, ou seja, $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$. Já no exemplo (b), $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$, e, conseqüentemente, $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$.

Figura 23 - Estudando Equivalência de Frações 2.

Guided Practice

1 Find the missing numerators and denominators.

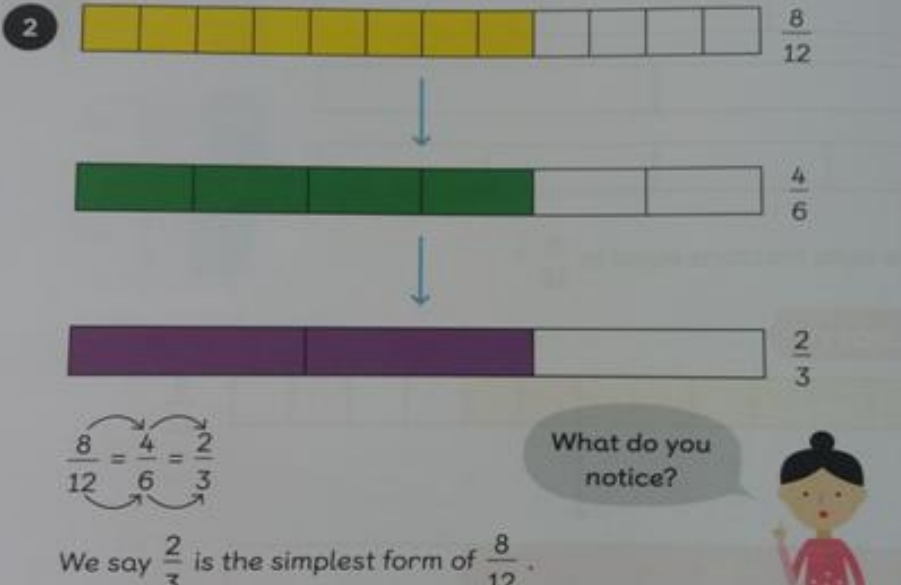
(a) 

 $\frac{1}{5} = \frac{\square}{10}$

(b) 

 $\frac{1}{4} = \frac{\square}{8}$
 $\frac{1}{4} = \frac{3}{\square}$

Fonte: "Math – No Problem!", Textbook 3B de Singapura (2014, p. 139).

Podemos usar a mesma técnica aplicando a redução de frações semelhantes, como explica a figura 24, através do Método de Barras, que demonstra visualmente que $\frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. Apresentando $\frac{2}{3}$ como a forma mais simples (fração irredutível, simplificada) de $\frac{8}{12}$.

Figura 24 - Estudando Equivalência de Frações 3.

2 

$\frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

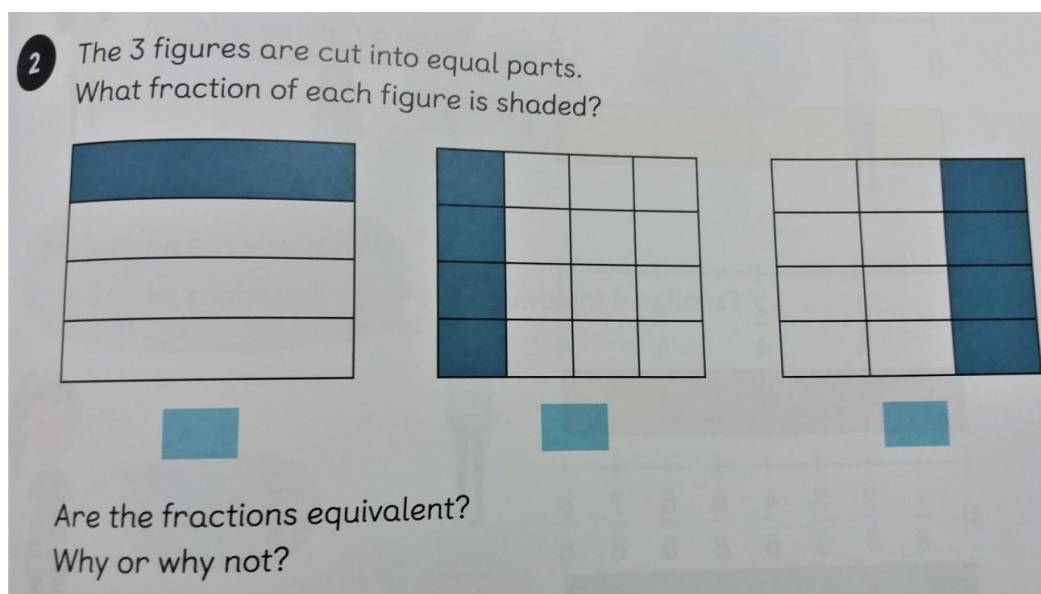
What do you notice?

We say $\frac{2}{3}$ is the simplest form of $\frac{8}{12}$.

Fonte: "Math – No Problem!", Textbook 3B de Singapura (2014, p. 148).

Outro tipo de problematização interessante, exemplificamos nesse exercício do livro “Math – No Problem!”, Textbook 3B, de Singapura, sobre frações equivalentes, representado pela Figura 25. Ele mostra três figuras de área aparentemente iguais divididas em partes iguais, porém, em números diferentes. A primeira área retangular foi dividida em quatro partes e pintada uma. A segunda em dezesseis partes, onde foram pintadas quatro e a terceira em doze partes e pintadas somente quatro. Ou seja, as figuras representam as frações $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{16}$ e $\frac{4}{12}$.

Figura 25 - Estudando Equivalência de Frações 4.

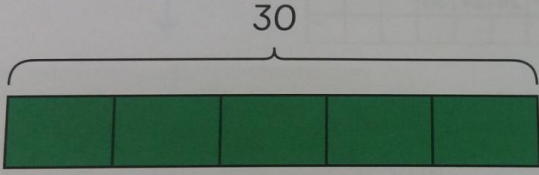


Fonte: “Math – No Problem!”, Textbook 3B de Singapura (2014, p. 133).

O problema, então, indaga ao leitor: São frações equivalentes? Um exercício que faz o educando parar para pensar, analisar a situação, comparar, argumentar. Nesse tipo de situação é importante que o professor pergunte para seus alunos o que eles pensam sobre isso, ouça suas justificativas e instigue o debate entre opiniões diferentes, fazendo-os ouvir os colegas e suas argumentações, de forma que obtenham um consenso. Como diz Fernandes (2017), perguntas como “Why?” (Por quê?), “Are you sure?” (Tem certeza?) são essenciais.

Figura 26 - Frações em Problemas 1.

3 What is $\frac{1}{5}$ of 30 days?



$\frac{1}{5}$ of 30 days = 30 days \div 5
= days

Fonte: "Math – No Problem!", Textbook 3B de Singapura (2014, p. 192).

Na figura 26, temos a representação pictórica de um problema simples, muito utilizado nas escolas brasileiras, de cálculo fracionário de um inteiro, que fica muito mais fácil de compreender quando o analisamos graficamente.

Figura 27 - Frações em Problemas 2.

1 How many days is $\frac{1}{3}$ of 30 days?

		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

I draw a diagram.

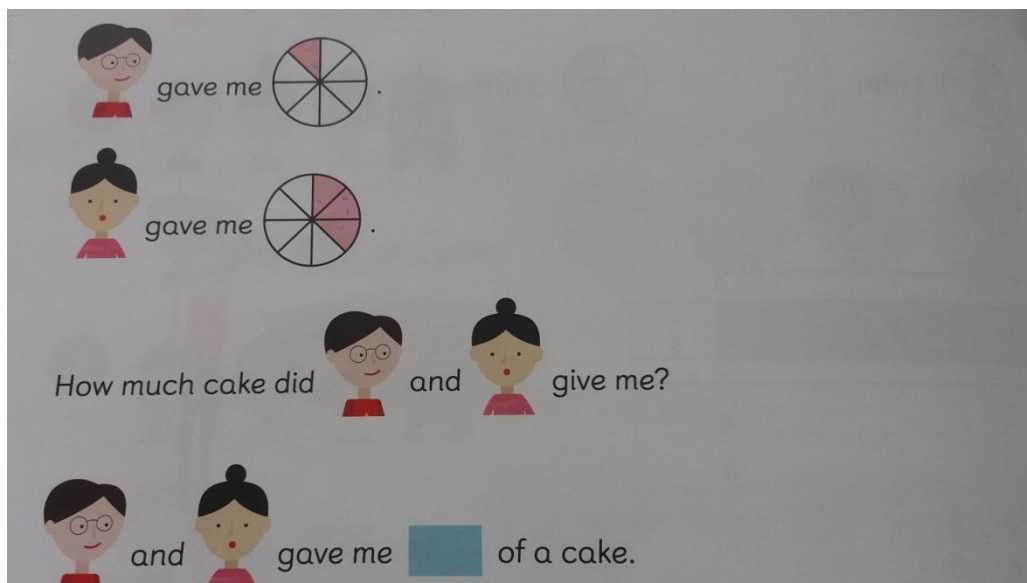
$\frac{1}{3}$ of 30 days = 10 days

Fonte: "Math – No Problem!", Textbook 3B de Singapura (2014, p. 192).

Já na figura 27, o autor reflete sobre o mesmo tipo de problema, porém, contextualizado dentro de um calendário: Quantos dias correspondem $\frac{1}{3}$ de um mês, considerando um mês com 30 dias? Com um desenho representando um calendário, o livro mostra a divisão do total de dias em três partes de 10 dias

através de cores diferentes. O que faz o educando concluir que $\frac{1}{3}$ de 30 dias corresponde a 10 dias.

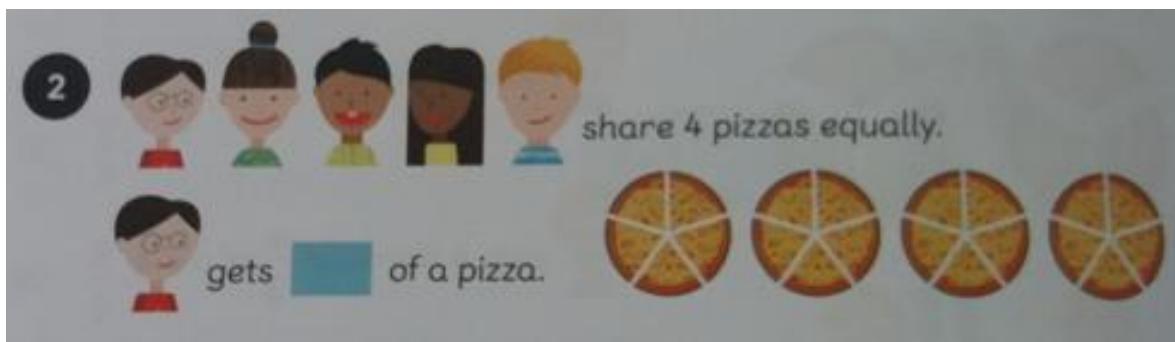
Figura 28 - Frações em Problemas 3.



Fonte: “Math – No Problem!”, Textbook 3B de Singapura (2014, p. 188).

Nas Figuras 28 e 29 temos algumas resoluções de problemas simples que envolvem números fracionários. No exemplo da Figura 28, Fulano me deu $\frac{1}{8}$ de um bolo e Fulana me deu $\frac{3}{8}$ de um bolo. Quanto bolo Fulano e Fulana me deram? Somando as partes, temos: $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$.

Figura 29 - Frações em Problemas 4.



Fonte: Frações em Problemas 4 - Foto pessoal tirada do livro “Math – No Problem!”, Textbook 3B de Singapura (2014, p. 186).

Já no exemplo da Figura 29, temos quatro pizzas sendo divididas igualmente para cinco pessoas. Fulano ganhou $\frac{4}{5}$ de uma pizza. Observe que conseguimos desenvolver e solucionar o problema apenas através do desenho de quatro pizzas divididas em cinco partes iguais cada uma, sem precisar realizar a operação matemática formal.

Tradicionalmente, solucionaríamos esse problema (Figura 29) da seguinte forma:

$$\frac{20}{5} \div 5 = \frac{20}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{20}{25} = \frac{20 \div 5}{25 \div 5} = \frac{4}{5}.$$

Por que será, afinal, complicamos tanto?

5 GAMIFICANDO A METODOLOGIA DE SINGAPURA

Nesse capítulo falaremos sobre a Gamificação, seu conceito, os benefícios do seu uso, sobre a escolha de jogos na educação, sobre a relação de Jogos e problemas matemáticos. Fecharemos o capítulo com o produto dessa dissertação, um Jogo, que criamos utilizando como base a metodologia de Ensino de Matemática de Singapura e a resolução de problemas. Todos os exercícios que pertencem às fases do Jogo, que denominamos *Problemix*, foram retirados ou adaptados dos livros da coleção “Math: No Problem!”, de Singapura.

5.1 O QUE É GAMIFICAÇÃO E QUAIS SEUS BENEFÍCIOS NA EDUCAÇÃO

Usar jogos ou elementos de jogos dentro de um contexto educacional. Isso é Gamificar. Quando o educador utiliza jogos ou elementos desses em sala de aula, envolvendo um ou mais conteúdos, com o objetivo de proporcionar um aprendizado mais significativo para o educando, trabalhando o conteúdo de uma forma lúdica. A utilização de Jogos com objetivo pedagógico pode ser realizada dentro e fora de sala, como forma de iniciar, desenvolver ou revisar conteúdos. Como diz Mattar, “Jogar um game é, na verdade, um exercício de aprendizagem ativa” (2017, p. 80). A gamificação, portanto, pode ser considerada como estratégia de aprendizagem ativa. Isso quer dizer que o aluno encontra-se no centro do processo de aprendizagem. De fato, na gamificação, o aluno é instigado a sair da comodidade e participar ativamente das aulas em um contexto diferenciado, onde poderá desenvolver novas habilidades e competências.

Os benefícios da utilização de Jogos na educação são muitos, além de desenvolver habilidades como atenção, tomada de decisões, planejamento de ações, quando jogamos controlamos diferentes variáveis ao mesmo tempo, somos desafiados, observamos e aprendemos a cumprir regras, aprendemos conceitos, traçamos estratégias e planejamos ações, refletimos diante de situações problemáticas e resolvemos problemas, desenvolvemos a criatividade e a criticidade reflexiva, a autonomia, a iniciativa, aprendemos a

colaborar e pedir ajuda, a trabalhar em equipe, a ser persistentes, lidamos com a competição e também com a frustração de nem sempre ganhar, mantemos uma meta e ações que precisamos lidar e, além de tudo, nos divertimos.

Segundo Smole (2007), o jogo envolve o desafio, a surpresa, a possibilidade de fazer de novo, de querer superar os obstáculos iniciais e o incômodo por não controlar todos os resultados (p. 10) e “é esse interesse que suscita a necessidade de aprender, a vontade de jogar e o desafio de vencer um obstáculo apresentado”. (p. 15)

A aplicação de Jogos em sala de aula traz diversos benefícios, entre eles: conseguimos identificar alunos com dificuldade; temos um retorno se o conteúdo está sendo bem assimilado ou não; por existir uma competição entre os jogadores, que almejam vencer, ocorre um aperfeiçoamento dos educandos, que tentam se superar durante o desenrolar do jogo; os alunos tornam-se mais críticos e confiantes, expressando o que pensam, elaborando perguntas e tirando conclusões; não existe o medo de errar, pois o erro é um degrau necessário para se chegar a uma resposta correta; e o aluno se empolga com uma aula diferente. Por tudo isso, os Jogos podem ser vistos como ferramentas de aprendizagem de uma forma lúdica e divertida. (HOLETZ, 2019, p. 156)

Outra grande contribuição para a educação que o Jogo proporciona é o aprendizado através dos erros. Isso por que o que pode ser algo “doloroso” nas aulas tradicionais, na realização de um Jogo é algo considerado normal, pois faz parte do processo de qualquer jogo você ter que repetir várias e várias vezes uma fase para conseguir subir de nível. Assim, o erro pode ser algo realmente construtivo, pois, através dele, o educando reflete sobre o que fez, procura identificar o motivo do seu erro e busca outra estratégia para resolver seu problema, aprendendo com ele. Como diz Holetz (2018), diante de um impasse, surge a necessidade de buscar novas soluções, desenvolvendo assim a criatividade. A ideia é aprender errando, manipulando e vivenciando. Um verdadeiro exercício de superação. Segundo Smole, “O jogo reduz a consequência dos erros e dos fracassos do jogador, permitindo que ele desenvolva iniciativa, autoconfiança e autonomia”. (2007, p. 10) Essa consciência permite com que o educando compreenda o próprio processo de aprendizagem e desenvolva autonomia necessária para continuar aprendendo.

No jogo, os erros são revistos de forma natural na ação das jogadas, sem deixar marcas negativas, mas proporcionando novas tentativas,

estimulando previsões e checagem. O planejamento de melhores jogadas e a utilização de conhecimentos adquiridos anteriormente proporcionam a aquisição de novas ideias e novos conhecimentos. (SMOLE, 2007, p. 10)

Além disso, graças ao erro, o jogo possibilita o professor determinar onde estão as dificuldades dos educandos no conteúdo, pois é possível descobrir onde exatamente eles falharam ou obtiveram sucesso. Segundo Holetz (2018), o importante é que o educando entenda que errar, recomeçar, refazer, faz parte do processo. Neste sentido, o professor deve ser o mediador, orientador e facilitador do processo de aprendizagem, evitar dar respostas para os problemas, sempre que possível responder as dúvidas com outras perguntas, fazendo-os pensar e buscar suas próprias estratégias de solução.

O jogo propicia um ambiente favorável ao interesse da criança, não apenas pelos objetos que o constituem, mas também pelo desafio das regras impostas por uma situação imaginária que, por sua vez, pode ser considerada como um meio ao desenvolvimento do pensamento abstrato. (GRANDO, 2004, p. 18)

Quando se trata da exploração de um conteúdo através de um Jogo, na maioria dos casos, os alunos se lançam na experiência e aprendem muito durante a sua participação, tanto no sentido de conteúdo, como na interação com outros estudantes. Afinal, para progredir no Jogo, precisam respeitar regras e aprender a colaborar com o grupo.

Os jogos vêm a ser estratégias que agilizam a auto-regulação cognitiva e afetiva, podendo ser utilizadas nos mais diversos ambientes. São situações nas quais a criança encontra um contexto facilitador para reorganizar padrões comportamentais regredidos e inadequados, inclusive em seus aspectos socioculturais e morais. (OLIVEIRA, 2004, p. 87)

Como todo jogo tem certa sequência de comandos a serem feitos para se atingir os objetivos propostos, torna-se essencial entender e utilizar às regras do jogo, o que obriga o aluno a manter o foco.

Já durante a realização do jogo, é importante que o professor busque a participação efetiva de todo o grupo e peça para que eles façam registros. Como diz Holetz (2018), é importante reservar um tempo para que os alunos

socializem com toda a turma seus resultados após o uso do jogo: o que poderiam ter feito diferente, o que deu certo, o que deu errado, como resolveram o problema, que estratégia utilizaram. Assim, ouvindo os demais e comparando com a sua forma de encarar os problemas enfrentados, os alunos aprendem que é importante esse processo de experimentar, errar, refazer, tentar novos caminhos, aprendendo com as diferenças na coletividade.

Essa também é uma excelente oportunidade para o professor avaliar seu projeto: o que deu certo, o que poderia ser melhorado, se houve participação de todos, se houve empenho por parte dos educandos, se foi fácil ou difícil para eles concluírem a atividade, se gostaram da atividade proposta. Podendo assim, melhorar sua prática.

5.2 A ESCOLHA DO JOGO

Hoje em dia existe uma variedade muito grande de jogos educativos disponíveis, tanto digitais como de tabuleiro, para download ou uso gratuito pela Internet, entretanto, nem todo o jogo é adequado para o propósito do educador e nem todo jogo se encaixa ao conteúdo que está sendo trabalhado em sala. Uma boa utilização de jogo em sala de aula, passa pela seleção e acompanhamento constante do professor. É o educador que motiva e dá sentido a atividade, estabelecendo relação do jogo com o conteúdo e seus objetivos de estudo.

O professor não pode reduzir o jogo a uma mera atividade desconectada do processo de ensino-aprendizagem. Assim como a utilização de qualquer recurso tecnológico, para a concretização dessa ideia é necessário um estudo anterior do jogo que se pretende propor aos alunos, além das estratégias que serão adotadas. (HOLETZ, 2019, p. 157)

Por isso, se não houver um planejamento adequado, o uso de jogos na educação podem se tornar um desperdício de tempo. A etapa mais importante desse planejamento, sem dúvida, é a escolha do jogo, ou tipo de jogo a ser adaptado, realizado e utilizado.

Antes de escolher o jogo, o educador deverá observar se o conteúdo utilizado é adequado à faixa etária dos seus alunos e se respeita a sua organização didática, ou seja, de que forma o tema é abordado em sala e a progressão dos conteúdos, para ter certeza que o jogo esteja de acordo com a sua forma particular de trabalho.

Naturalmente, algumas perguntas devem ser feitas pelo professor durante o processo de escolha do Jogo: O Jogo tem a ver com o conteúdo que estou trabalhando em sala? O conteúdo e tema do Jogo são adequados à faixa etária dos meus alunos? Meus alunos têm conhecimento suficiente para realizar o Jogo do início ao fim? O Nível de dificuldade do Jogo é adequado? Quantas aulas utilizarei para trabalhar com o Jogo de forma efetiva, respeitando o tempo de cada aluno? Meus alunos se sentirão motivados? Que contribuições o Jogo poderá proporcionar aos meus alunos? Como poderei avaliar essa atividade? A escolha do Jogo é muito importante, por isso o professor deve observar o conteúdo proposto e seus objetivos e jogá-los até o final, para somente, então, responder os questionamentos acima. (HOLETZ, 2019, p. 157-158)

Outra coisa importante a ser considerada é que o progresso do jogo deve ser desafiador, mas não impossível para o educando, para prender a sua atenção, sem desanimá-los, por isso é importante que o educador o jogue antes de aplicar em sala, mesmo quando realizado pelo próprio educador. Quando esse é o caso, ou seja, quando o educador cria ou adapta um jogo para aplicar em sala, fica mais fácil o jogo estar adequado, afinal, ninguém melhor do que o próprio educador para saber como o conteúdo será cobrado e o nível do jogo a ser realizado.

5.3 GAMIFICANDO A MATEMÁTICA DE SINGAPURA: O JOGO E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Todo professor de Matemática sabe que qualquer problema envolvendo essa disciplina pode ser explicado de diferentes formas, assim como seus conceitos. Os professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, entretanto, por não terem formação acadêmica específica nessa área, geralmente não conhecem essas diferentes possibilidades de ensino, e, conseqüentemente, acabam optando pelas técnicas mais tradicionais

(aprendizagem mecânica), que provavelmente lhes foram ensinadas na sua época de escola.

No contexto das escolas brasileiras, apesar da indicação nos documentos (BRASIL, 1998) e nas recomendações curriculares dos cursos de formação de professores sobre a necessidade de aprender a ensinar com compreensão conceitual, e também as aplicações dos conceitos matemáticos, o ensino tende a ser procedimental, e especialmente a álgebra é entendida com o manipulação de fórmulas e expressões com símbolos e letras, cujos significados variam conforme o contexto (matemático ou na resolução de problemas), mas não reconhecidos ou trabalhados com conexões. (BALDIN, 2018, p.33)

Além disso, a falta de tempo disponível para o professor estudar, grande parte devido a grande jornada de trabalho, é um dos maiores problemas da não utilização de metodologias ativas. Até mesmo o professor que busca sua autoformação, nem sempre encontra material disponibilizado ou não tem tempo para criar e confeccionar ele mesmo. Pensando nisso, proporcionaremos um jogo para que os professores possam trabalhar com seus alunos alguns conceitos e operações matemáticas através da resolução de problemas, de forma lúdica e eficiente, já que, segundo Smole, “Podemos dizer que o jogo possibilita uma situação de prazer e aprendizagem significativa nas aulas de matemática” (2007, p. 9), o que só intera o que já citamos anteriormente, pois estaremos promovendo a Metodologia de Singapura de forma a tornar a Aprendizagem Significativa para nossos educandos.

Em se tratando de aulas de matemática, o uso de jogos implica uma mudança significativa nos processos de ensino e aprendizagem que permite alterar o modelo tradicional de ensino, que muitas vezes tem no livro e em exercícios padronizados seu principal recurso didático. O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, as quais estão estreitamente relacionadas ao assim chamado raciocínio lógico. (SMOLE, 2007, p. 9)

Já vimos que a gamificação pode ser considerada como um exemplo de metodologia ativa quando o professor, por meio de regras claras, motiva, desafia e orienta os seus alunos a realizarem as atividades propostas para passar de nível, afinal, um jogo não deixa de ser um conjunto de problemas.

Para que o aluno seja instigado a resolver problemas diferenciados, o professor pode introduzir o uso de jogos como instrumento desafiador. Ao partir de atividades diversificadas o professor leva o aluno a conhecer caminhos diferenciados para uma aprendizagem de qualidade. (FERREIRA, 2014, p. 13)

Oliveira (2004, p. 97) também aponta a utilização dos jogos como instrumentos necessários à resolução de problemas, tendo consciência crítica e reflexiva com a realidade que cerca o aluno.

Em suma, os jogos de regras envolvendo a resolução de problemas podem ser vistos como estratégias extremamente ricas de desenvolvimento e aprendizagem, durante todo o ciclo vital, em seus aspectos cognitivos e relacionais. (OLIVEIRA, 2004 p. 87)

Na Matemática, a utilização de Jogos em sala de aula é ainda mais benéfica, pois desenvolve com grande potencialidade o raciocínio lógico-matemático e amplia o desenvolvimento e o nível de escolhas de estratégias dos educandos. Como diz Ribeiro (2007), entre tantas possibilidades metodológicas para o Ensino da Matemática, os jogos e a modelagem vêm se configurando como caminhos altamente significativos para as salas de aula.

Os jogos podem auxiliar no desenvolvimento da coordenação visomotora e da discriminação auditiva, na alfabetização e na fixação ortográfica, na construção de conceitos matemáticos e de estratégias de raciocínio, na compreensão de realidades distantes ou tempos históricos antigos. (ULBRA, 2007, p.43)

Segundo Holetz (2018), os jogos estimulam o raciocínio lógico, pois para jogá-los o educando deverá analisar dados, descobrir o que deve ser feito, buscar diferentes caminhos para seguir. Jogos fazem-nos refletir, analisar e criar estratégias para resolver problemas.

5.4 O JOGO PROBLEMIX - PRODUTO DESTA DISSERTAÇÃO.

Durante o Ensino Fundamental I, os educandos devem aprender a realizar todas as operações básicas da Matemática e também os conceitos e as operações com frações, ambos fundamentais para o desenvolvimento do

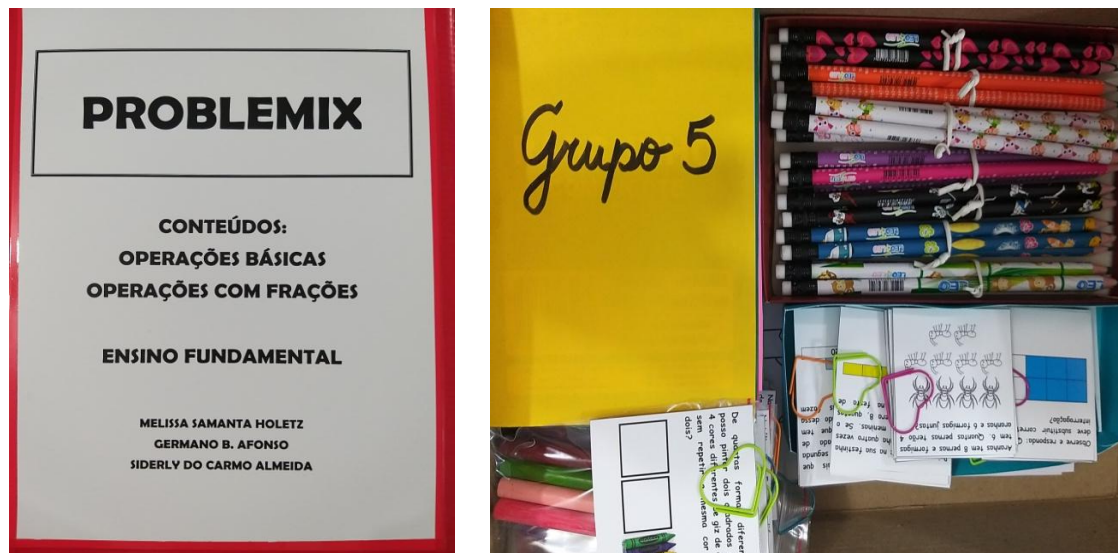
raciocínio matemático do aluno. Essas operações e conceitos ensinados nesse período acadêmico são a base de toda a construção matemática da carreira estudantil dos nossos alunos, por isso são tão importantes e devem ser bem trabalhados.

Para esse propósito, vamos apresentar uma sugestão de Jogo que criamos, o *Jogo Problemix: Desenvolvendo Competências Matemáticas básicas diversificadas através da Resolução de Problemas*, envolvendo resolução de problemas pelo Método de Singapura: um jogo simples, de pouco custo, que poderá ser utilizado em diferentes situações e que, com toda certeza, proporcionará momentos de aprendizado de forma lúdica.

Nessa perspectiva, a inserção de jogos no contexto escolar aparece como uma possibilidade altamente significativa no processo de ensino-aprendizagem, por meio da qual, ao mesmo tempo em que se aplica a ideia de aprender brincando, geralmente interesse e prazer, contribui-se para o desenvolvimento cognitivo, afetivo e social dos alunos. (RIBEIRO, 2007, p. 21).

O ano escolar mais recomendável é o quinto ano, mas o Jogo *Problemix* pode ser utilizado também em turmas de quartos anos, como forma de introduzir novos conceitos, ou com turmas de sextos e sétimos anos do Ensino Fundamental II, como forma de rever os conceitos anteriormente estudados. É uma excelente opção como retomada a ser aplicada no início do ano letivo para turmas de sétimo ano e como revisão do conteúdo, no final do ano letivo, para turmas de sexto ano, foi desenvolvido para ser utilizado por toda uma turma de alunos, ou seja, pode ser jogado por até 40 alunos, basta dividir a turma em grupos, de dois a cinco componentes.

Figura 30 – Caixa do *Jogo Problemix* vista de fora e de dentro.



Fonte: Fotos pessoais tiradas pela autora, 2019.

A ideia de trabalhar em grupos tem como intenção proporcionar um ambiente de motivação e desafio, que envolva os alunos no jogo e também possibilitar que os alunos tenham contato com diferentes estratégias utilizadas pelos colegas para a resolução dos problemas.

Existem várias formas de montar esses grupos, o ideal é que o professor utilize sempre uma forma diferente, para que os grupos formados em trabalhos e aulas práticas não sejam sempre compostos pelas mesmas pessoas. No caso da aplicação do Jogo, sugerimos duas propostas diferentes: a primeira forma seria através de sorteio, inclusive das funções principais de secretariado e liderança, onde o professor sortearia o número de líderes suficientes para o número de equipes e distribuiria esses alunos, um para cada grupo e, posteriormente, o número de alunos que seriam os secretários de cada grupo, assim, os demais componentes também poderiam ser sorteados, terminando de formar as equipes. Outra forma seria a divisão realizada pelo professor, de forma que os alunos que se destaquem na escrita, os líderes e aqueles que têm facilidade na Matemática fiquem bem distribuídos. Essa divisão pode ser feita, inclusive, com a ajuda dos próprios alunos, orientada pelo professor, no quadro, onde o professor colocaria o número de equipes e perguntaria aos alunos: Quais os destaques da sala em Matemática? E iria distribuindo os nomes para as equipes, de forma que cada equipe tenha um ou dois destaques na área, depois perguntaria novamente aos alunos: Quais os destaques da

sala na escrita e organização? Então, distribuiria também esses alunos nas diferentes equipes e finalizaria com a pergunta: Quais os colegas que se destacam na liderança? Distribuindo aleatoriamente esses alunos entre as equipes. Claro que a ordem não precisaria ser necessariamente essa. Assim, teoricamente, cada equipe estaria bem equilibrada, contendo uma liderança, um secretário e alunos que gostam ou tem facilidade com a Matemática. Existem muitas outras formas de montar os grupos, como dito anteriormente, essas são apenas sugestões. Entendemos que cada professor, conhecendo o seu grupo, saberá escolher a melhor forma.

Depois de cada grupo formado e devidamente organizado, preferencialmente sentados todos juntos em mesas redondas ou na junção de carteiras, um aluno teoricamente já teriam sido escolhido como líder e um como secretário em cada grupo (se utilizado um dos métodos propostos anteriormente para divisão dos grupos, esses alunos já estariam escolhidos por sorteio ou pela própria turma). O líder não apenas tenta manter o foco do grupo na atividade proposta e o mantém motivado, como é o contato direto do grupo com o professor. É ele que entrega as soluções e recebe as próximas cartelas. Já o Secretário, registra as soluções assim como as resoluções, de forma organizada, para que o professor possa fazer a conferência e também para que o grupo revise o que fez, descobrindo, se necessário, os erros que cometeram, para o grupo aprender com eles.

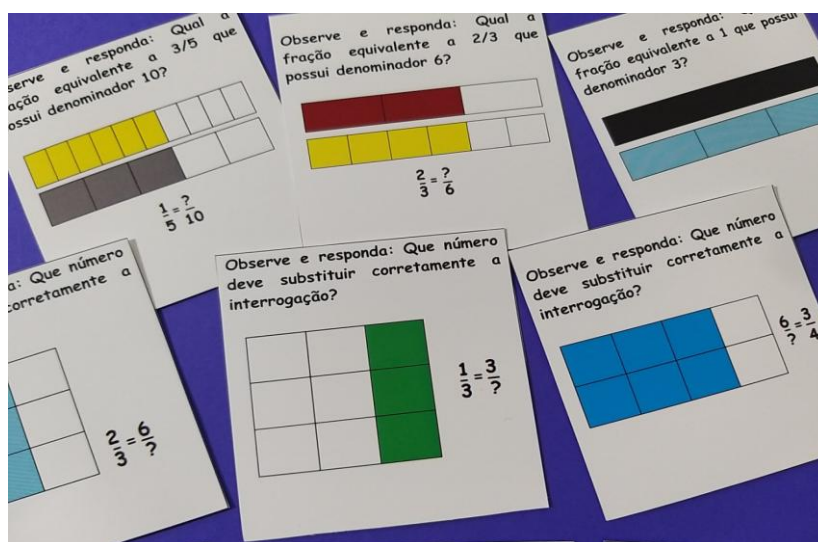
Figura 31 - Blocos de Anotações e lápis com borracha para os grupos.



Fonte: Foto pessoal tirada pela autora, 2019.

A Jogabilidade é simples. Inicialmente, os líderes são chamados pela professora, que disponibiliza várias cartelas com problemas (separadas pelos níveis e com os problemas virados para baixo). O jogo começa com cada um dos líderes, dispostos em uma fila, escolhendo aleatoriamente (sem ver os enunciados) um problema do nível 1, e voltando para seus grupos para tentar resolver esse desafio. Cada grupo pegará um desafio por vez, começando todos pelo mesmo nível e aumentando de acordo com o ritmo de cada grupo. Com o desafio em mãos, os integrantes do grupo irão discutir e tentar resolver o problema solicitado, fazendo seus registros individuais.

Figura 32 - Cartelas do *Jogo Problemix*.



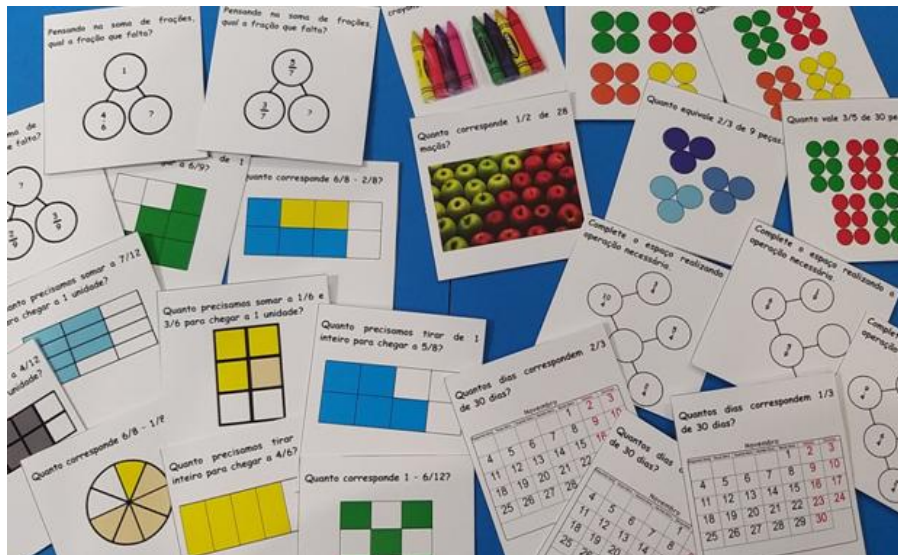
Fonte: Foto pessoal tirada pela autora, 2019.

Para cumprir cada nível do jogo, os alunos deverão desenvolver algumas competências como: exploração do problema, levantamento de hipóteses, tentativa de solucionar o problema a partir do que já sabem, identificação do que compreendem e o que é preciso compreenderem para solucionar o problema, compartilhamento e discussão de informações com a equipe, aplicação do conhecimento para solucionar o problema e avaliação da eficácia do processo utilizado.

A resolução de problemas matemáticos é um processo que possibilita ao aluno compreender de forma significativa os conceitos matemáticos, onde a utilização de situações-problemas dá um sentido prático a aprendizagem. (FERREIRA, 2014, p. 10)

Para facilitar a compreensão dos problemas, cada grupo poderá ter à disposição, além do material escolar, uma caixa com o Material Dourado e tiras do Modelo de Barras, que poderão utilizar sempre que acharem necessário.

Figura 33: Problemas com frações: peças do *Jogo Problemix*.



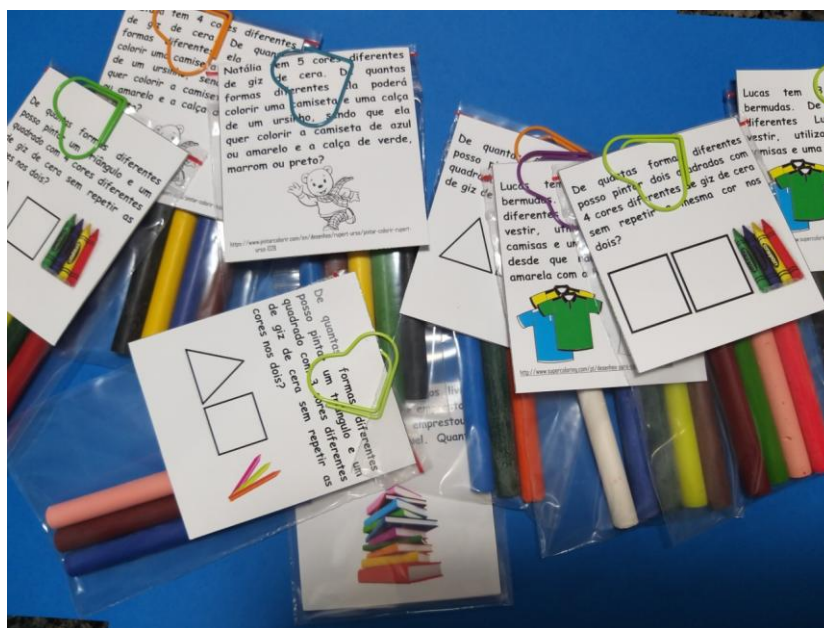
Fonte: Foto pessoal tirada pela autora, 2019.

Depois de o grupo chegar a uma solução consensual, em que todos os seus componentes da sua equipe concordam, o secretário registra em uma folha de papel o desenvolvimento das contas realizadas pelo grupo, assim como seu resultado, de acordo com o problema escolhido em cada nível e o líder encaminha a possível solução até a professora, que orientará o educando a pegar uma cartela de um nível superior, caso a resposta estiver correta, ou retomar ao seu grupo para refazer o problema, caso estiver respondido erradamente, possibilitando um repensar do problema pelo grupo, que só passará para novo nível do jogo, quando conseguir resolver corretamente aquele desafio.

A oportunidade de usar os jogos na resolução de problemas favorece a participação e o desenvolvimento do aluno em relação ao conteúdo, logo permite as diversas aplicações da matemática nas situações problemas. O desafio é buscar a melhor solução, portanto, para isso o aluno deverá ter prazer em estudar matemática e sentir-se satisfeito ao resolver qualquer problema por mais difícil que a parente ser. (FERREIRA, 2014, p. 13)

O erro aqui deve ser visto como uma passagem necessária para o aprendizado. Assim como os jogos de videogame de fases, que você precisa vencer um vilão (chefe de fase) para passar para outro nível do jogo e para isso, geralmente, precisa repetir várias vezes aquela etapa, aprendendo com os erros, observando padrões e elaborando novas estratégias de ataque e defesa e até vencê-lo não consegue seguir com o jogo, no *Problemix* o grupo só passará para o próximo nível quando completar efetivamente o anterior, efetuando a(s) operação(ões) correta(s) e apresentando uma solução consistente. Se isso não acontecer terá que tentar novamente até conseguir.

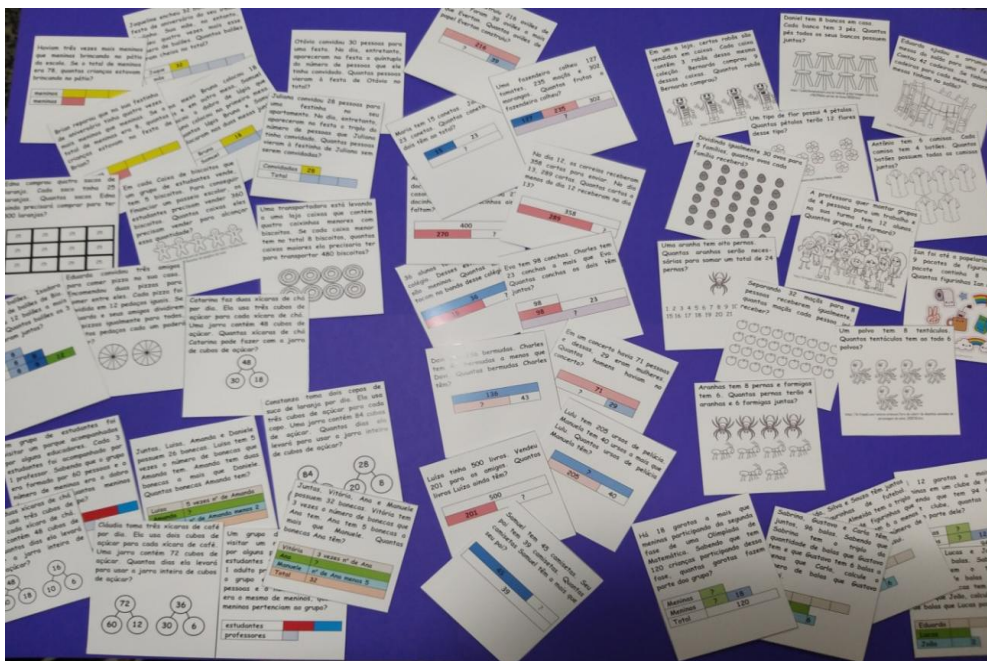
Figura 34: Cartelas com problemas práticos de Princípio Fundamental da Contagem.



Fonte: Foto pessoal tirada pela autora, 2019.

No meio das cartelas com os problemas, algumas cartelas especiais serão inseridas, que estão intituladas como “*Pule o nível*” e “*Escolha o desafio*”. As cartelas de *Pular o nível* passam imediatamente para o nível posterior, sem precisar fazer o desafio naquela fase do jogo. Já com a cartela “*Escolha o desafio*”, o líder poderá ver os problemas das demais cartelas daquele nível e escolher o exercício que o grupo irá resolver. Observação: Nesse caso, o líder não poderá escolher uma cartela especial “*Pule o nível*”, caso tenha uma disponível no seu nível.

Figura 35 - Problemas com Operações básicas: peças do *Jogo Problemix*.



Fonte: Foto pessoal tirada pela autora, 2019.

Cada grupo deverá completar todos os desafios e aquele que completar o último desafio corretamente primeiro é o grande vencedor. Queremos ressaltar, entretanto, que apesar de ser um Jogo de Competição, onde todos os grupos estarão disputando o primeiro lugar, é mais que um jogo de competição, onde apenas um grupo é vencedor. Nesse jogo todos ganham, pois para passar cada nível, todos precisam acertar, refazendo e aprendendo com seus erros. É um jogo de superação e aprendizagem. Além disso, ele só termina quando todos passam por todas as fases. Sendo assim, cada avanço, por si só, já é uma conquista.

Além disso, apesar de haver um grupo apenas que será o vencedor, que é o primeiro a passar por todos os desafios satisfatoriamente, aconselha-se que o professor oriente os alunos a continuarem a realizar os desafios até concluírem todos os níveis, e que convidem os alunos dos grupos vencedores a circularem na sala de aula e auxiliarem os demais a concluírem as suas etapas.

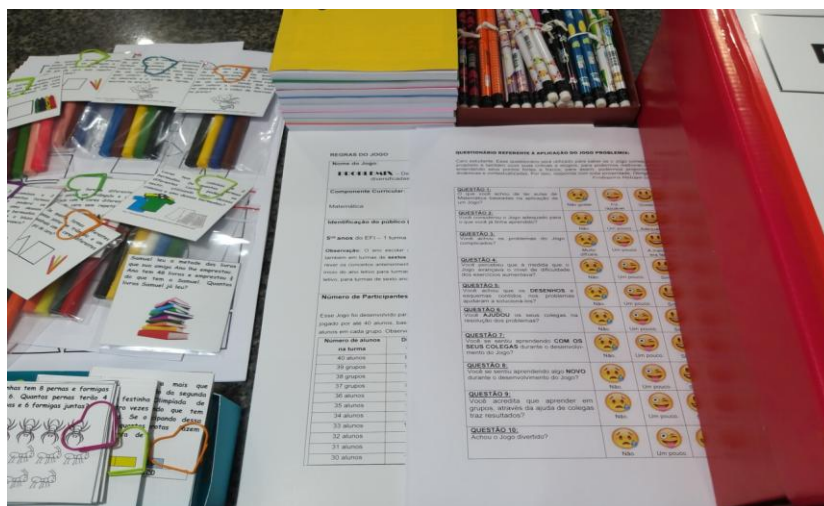
Um game pressupõe interação (com outros jogadores) e interatividade (com seus próprios elementos), ou seja, sua exploração não deve ser configurada como uma visita planejada de antemão e

guiada, mas precisa incluir a possibilidade de construção do caminho pelo próprio usuário, liberdade e certo grau de incerteza que reforcem sua sensação de imersão. (MATTAR, 2017, P. 79)

Assim, todos ganham: os alunos mais avançados, que aprendem ensinando, os alunos que têm dificuldades, aprendendo com seus erros e posteriormente com os seus colegas, e o professor que consegue, de uma forma lúdica, conquistar a atenção dos seus alunos e retomar o conteúdo lecionado, oportunizando que seus alunos ponham em prática seus conhecimentos e esclareçam suas dúvidas brincando.

As habilidades desenvolvem-se porque, ao jogar, os alunos têm a oportunidade de resolver problemas, investigar e descobrir a melhor jogada; refletir e analisar as regras, estabelecendo relações entre os elementos do jogo e os conceitos matemáticos. (SMOLE, 2007, P. 9)

Figura 36 - Peças do *Jogo Problemix*: Cartelas, Regras, Questionário, Blocos de Notas, lápis, giz de cera e material para os problemas práticos.



Fonte: Foto pessoal tirada pela autora, 2019.

Para avaliar o desempenho dos seus alunos durante o desenvolvimento do *Jogo Problemix*, o professor orientador poderá observar a interação do grupo, a participação dos integrantes na elaboração das tentativas de resolução do jogo e no desenvolvimento dos registros individuais e na manipulação dos materiais em sala, no desempenho do líder e na atuação e registros do secretário de cada grupo.

No final do jogo, o professor também pode sugerir uma avaliação do jogo e da participação do grupo, que pode ser inicialmente feita de forma oral,

onde cada um pode, voluntariamente, falar sobre o jogo, o que gostou ou não, o que aprendeu, que estratégia utilizou para resolver um determinado problema, etc. Os alunos que terminaram antes e ajudaram os colegas também podem ser convidados a relatarem essa experiência. Nesse momento dá para observar bem quem realmente aprendeu alguma coisa com o jogo, quem se dedicou para ensinar os outros e quem colocou a mão na massa. Esses relatos serão importantes para o educador avaliar a atuação dos seus alunos e também o aproveitamento do Jogo.

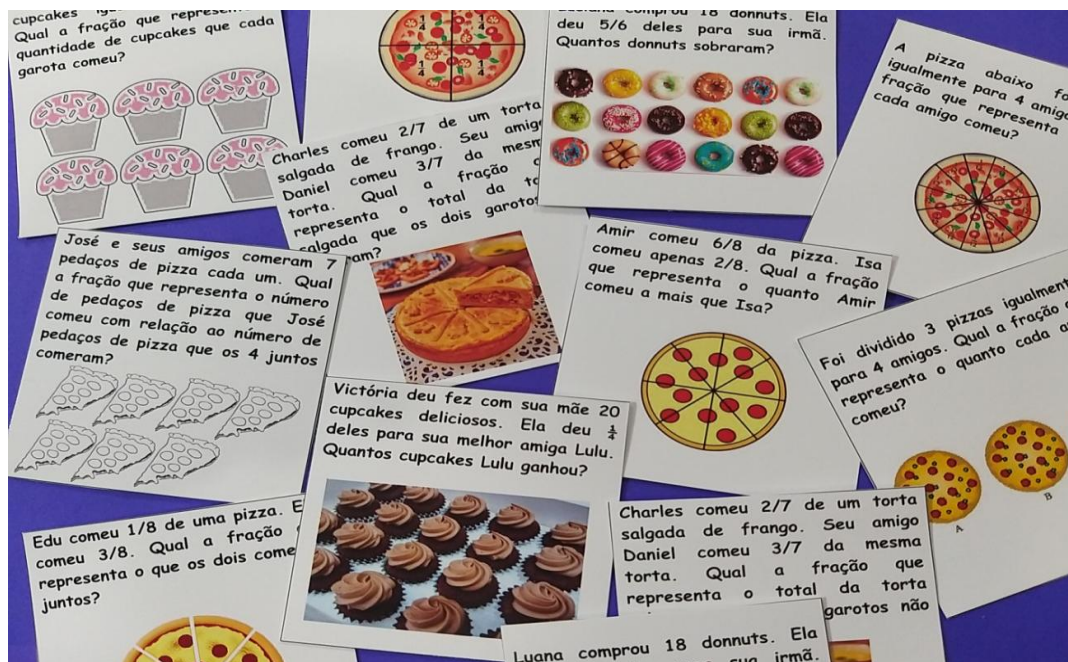
Outra ideia interessante para avaliar os alunos depois da aplicabilidade do Jogo seria a de realizar uma Auto e Heteroavaliação (o modelo de auto e heteroavaliação está no apêndice), onde os alunos fazem uma reflexão individual sobre o seu desempenho, avaliando a si mesmos e também opinando sobre os indivíduos do seu grupo.

Os recursos para confeccionar o material são poucos, e o custo depende do tipo de material utilizado para confeccionar o Jogo. As cartelas do Jogo e o material para colorir podem ser impressos em papel cartão ou simples papel A4. Também podem ser escritas à mão ou utilizando canetinhas hidrocores em papéis reutilizáveis ou materiais recicláveis. O Material Dourado (não obrigatório) pode ser comprado em EVA, madeira ou feito através de recortes em papel cartão e os lápis, blocos de notas e giz de cera podem ser substituídos por materiais do próprio educando (caderno, lápis de cor, etc). Tudo depende dos recursos oferecidos pela escola, da contribuição dos alunos e da disponibilidade do professor orientador.

Assim, os educandos do Ensino Fundamental poderão se apropriar de todo esse conteúdo matemático com uma diferente e inovadora perspectiva, que utiliza metodologias adequadas para aplicar esses conteúdos, buscando promover a aprendizagem significativa dos alunos.

Todo jogo por natureza desafia, encanta, traz movimento, barulho e uma certa alegria para o espaço no qual normalmente entram apenas o livro, o caderno e o lápis. Essa dimensão não pode ser perdida apenas porque os jogos envolvem conceitos de matemática. Ao contrário, ela é determinante para que os alunos se sintam chamados a participar das atividades com interesse. (SMOLE, 2007, P. 10)

Figura 37 - Problemas com frações 2: peças do Jogo Problemix.



Fonte: Foto pessoal tirada pela autora, 2019.

Salienta-se a importância de se perceber que a ideia essencial é que a criança se divirta e ao mesmo tempo aprenda. Assim, tanto os alunos como os professores podem obter resultados positivos, formando indivíduos mais capacitados para ingressar na sociedade.

6 ANÁLISE DA APLICAÇÃO DO JOGO PROBLEMIX

Nesse capítulo, falaremos sobre a aplicação do nosso produto, o *Jogo Problemix*, e faremos a análise dos resultados obtidos através da observação do desenvolver das atividades propostas pelo Jogo em turmas de quinto ano do Ensino Fundamental I, pela professora-pesquisadora, e da aplicação dos questionários sobre o Jogo e a interatividade dos educandos durante o mesmo.

6.1 CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA

A aplicação do *Jogo Problemix* foi realizada na Escola Municipal Professora Ilka Muller de Mello, localizada no bairro de Gravatá, em Navegantes, escola considerada “escola modelo” do município. A mesma funciona nos turnos matutino e vespertino, atendendo turmas de 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental.

Na Escola Ilka há boas condições de funcionamento, as salas de aula são amplas, arejadas e o mobiliário é adequado à faixa etária dos alunos. Cada sala tem um armário para guardar materiais, mesa para a professora, mesas e cadeiras de tamanho apropriado. A sala contém painéis educativos e trabalhos expostos dos alunos. Além disso, as salas possuem lousa digital e internet, que auxiliam no desenvolvimento da aprendizagem, tornando as aulas mais atrativas para os educandos.

A escola também possui quadra de esportes, campo de futebol de areia, sala de informática, sala de educação especial e biblioteca. Além disso, possui um amplo espaço destinado à alimentação dos estudantes, com mesas e bancos compridos e uma ótima cozinha, onde fazem a alimentação dos mesmos, de acordo com um cardápio feito por uma nutricionista, que é servido na hora do recreio.

O ensino fundamental tem por objetivo a formação básica do cidadão mediante o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo; a compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, da tecnologia, das artes e dos valores que fundamentam a sociedade; a aquisição de conhecimentos e habilidades e a formação de atitudes e valores; o fortalecimento dos vínculos

de família, dos laços de solidariedade humana e de tolerância recíproca em que se assenta a vida social. Os currículos são organizados conforme normas do Conselho Municipal de Educação, devendo também ser ministrados conteúdos referentes à História e cultura afro-brasileira e dos povos indígenas brasileiros, ao Ensino Religioso e ao estudo de Língua Estrangeira. De acordo com o Plano Político Pedagógico, a forma de gestão adotada é a democrática.

6.2 GRUPO EXPERIMENTAL

A interação didática e aplicação do *Jogo Problemix* foi realizada no início de dezembro de 2019, em duas turmas de 5º ano do Ensino Fundamental I, compostas por 18 alunos no período matutino e 23 alunos no período vespertino e que possuem a mesma professora como regente. Na turma do período matutino há uma professora auxiliar que atende especificamente um aluno com necessidades especiais, que não estava presente no dia da interação.

A escolha dos grupos foi feita pela direção do colégio, que optou pelos quintos anos já que essas duas turmas eram regidas pela mesma professora, considerada pela escola como professora experiente, em turnos distintos, o que, supostamente, facilitaria a intervenção, e em função da disponibilidade de horários da professora-pesquisadora para aplicação do jogo, já que se tratava de uma escola na qual ela não lecionava.

6.3 METODOLOGIA DA APLICAÇÃO DO JOGO

Durante a realização desses experimentos de gamificação foram realizados os procedimentos de observação, registros e documentação fotográfica.

Após, foram aplicados questionários aos alunos participantes do jogo de ambas as turmas, com o objetivo de identificar o aproveitamento dos alunos, benefícios e dificuldades encontradas, além dos relatos sobre a aceitação da proposta (ou não) pelos alunos.

Figura 38: Estudantes respondendo o questionário.



Fonte: Foto pessoal tirada pela autora, 2019.

A análise das práticas, bem como o diálogo com os educandos, certamente constituíram elementos imprescindíveis para o desenvolvimento desse trabalho. Foram quase duas horas de aplicação do Jogo em cada turma para trabalhar os dez níveis e responder o questionário.

Após a coleta dos dados, os mesmos foram classificados de forma sistemática através de seleção (exame minucioso dos dados), codificação (técnica operacional de categorização) e tabulação (disposição dos dados de forma a verificar as inter-relações). Foram categorizadas entrevistas de 17 alunos dos quintos anos do turno matutino e 23 de alunos dos quintos anos do turno vespertino. Esta classificação possibilitou maior clareza e organização na última etapa desta pesquisa, que foi a sistematização na forma descritiva dos resultados e as conclusões da pesquisa.

6.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Durante a interação e o desenvolvimento do jogo, permitimos que os alunos se ajudassem, perguntassem, errassem, aprendessem com seus erros

e reaprendessem. Cada indivíduo fez seus próprios registros, mesmo trabalhando em pequenos grupos de três ou quatro alunos.

Nosso objetivo principal aqui era de proporcionar uma aula gamificada, através da aplicação de um jogo, nosso jogo, envolvendo diversos conteúdos de matemática, como se fosse uma revisão no final do ano letivo, porém, com alguns assuntos ainda não vistos em sala de aula pelos educandos e ver como eles se saíam, mesmo não tendo nenhuma aula anterior sobre esses assuntos nem tendo estudado sobre a Metodologia de Ensino de Singapura ou o uso de suas ferramentas na Matemática, porém, essa metodologia estando inserida na forma como as peças do jogo foram feitas, sempre utilizando pictografia (desenhos, esquemas) e ferramentas, como o *Number Bond* ou os Modelos de Barras, que auxiliam os estudantes na interpretação dos problemas, facilitando a compreensão, mesmo de problemas teoricamente mais complicados.

Através da aplicação do Jogo, conseguimos observar primeiramente que enquanto a turma do período matutino em geral tinha bastante interesse e facilidade com a Matemática, no período vespertino, a grande maioria dos alunos tinha dificuldade com o conteúdo e eram mais reservados, não se sentindo muito livres para opinar ou perguntar e tirar suas dúvidas, apesar de serem muitas.

Outro fato que nos chamou a atenção foi que boa parte dos alunos do período vespertino não quiseram ajudar os colegas quando terminaram suas atividades, o que foi realmente o oposto do que aconteceu de manhã, onde os alunos foram solícitos com os demais e realmente colocaram a “mão na massa”, tutoriando os que tinham mais dificuldade. Esse foi um problema apresentado que, acreditamos, seja provido da falta de costume da interação em sala. Um dos nossos objetivos principais do *Jogo Problemix* é, justamente, promover a interação e colaboração entre os educandos e, por isso, é um jogo onde todos deveriam ser vencedores, pois quando trabalham todos com um mesmo objetivo, ajudando uns aos outros, colaborando entre si, crescem mais como estudantes e como indivíduos. Essas “barreiras”, criadas geralmente pela “vergonha” de ajudar o colega, entretanto, podem e devem ser quebradas com o estímulo dos professores e da utilização constante dessa metodologia em sala, incentivando o tutoriando entre alunos, proporcionando o aprendizado em

pares, trabalhando em grupos diversificados, proporcionando momentos de interação produtivos entre os alunos.

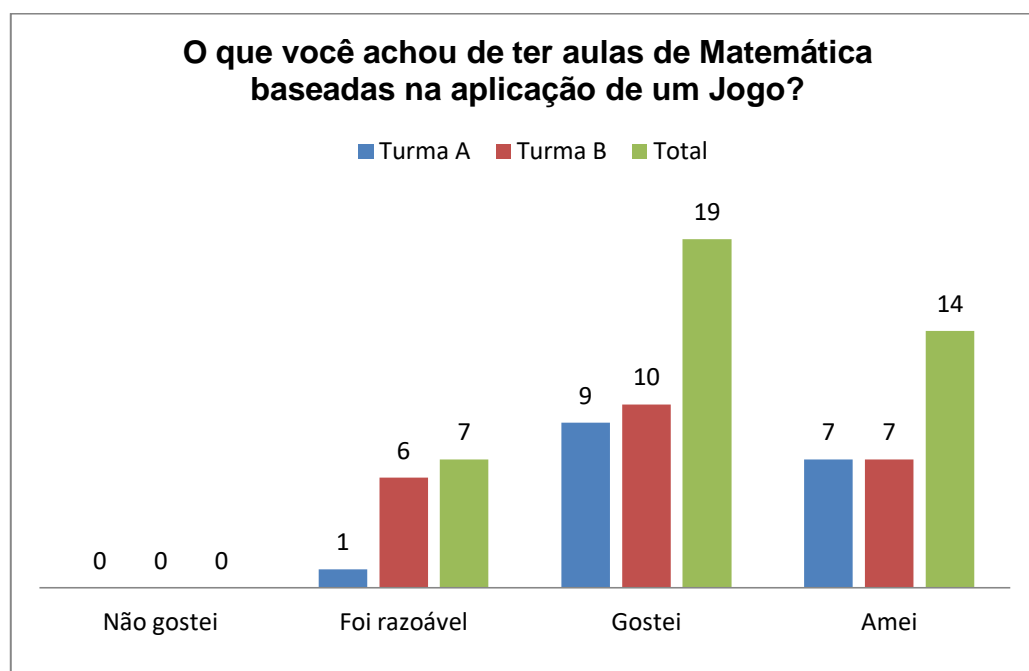
Como se tratou de um dia de intervenção apenas, não insisti que todos ajudassem, apenas convidei os alunos que iam acabando as atividades a ajudar os demais colegas, circulando na sala e ajudando aqueles grupos que precisavam. Muitos, inclusive, sentavam nas mesas junto com os outros componentes dos outros grupos e ensinavam aquele grupo a resolver o problema de uma forma muito lúdica e bonita de se ver. Nem sempre eles chegavam na resposta correta, mas tentavam novamente, fortalecendo os laços, aprendendo com os erros e tirando as dúvidas entre si, até acertar a resposta. Esse é outro objetivo do jogo, aprender com os próprios erros, algo que, como já foi visto, é importante a ser trabalhado, principalmente durante a resolução de problemas matemáticos. Seria muito fácil apontarmos para o erro deles e eles voltarem para seus lugares e refazerem o problema, mas o desafio desse jogo era que eles voltassem para seus lugares e descobrissem eles mesmos onde estavam errando e, para isso, precisavam trabalhar em grupos, reler o problema, às vezes várias vezes, pensar no que tinham feito e como deveriam proceder. Tentando até conseguir vencer o obstáculo. Por isso, toda vez que os educandos vinham tirar alguma dúvida, respondíamos com outra pergunta, ajudando-os a pensar, não dando respostas. Acreditamos que assim, o aprendizado se torna muito mais eficaz, pois, em vez de darmos respostas prontas, fizemos com que os alunos pensassem e tirassem suas próprias conclusões.

No final da aplicação do jogo, os alunos responderam um questionário com dez perguntas (modelo em anexo) e conversamos informalmente sobre o jogo. Nessa conversa, a professora nos relatou que não costuma gamificar muito suas aulas, não porque não considere interessante ou produtivo, mas, principalmente, devido a falta de tempo para se dedicar ao planejamento e criação de um jogo ou atividade gamificada. Segundo ela, existe uma preocupação excessiva por parte do “colégio” e por ela mesma em terminar o conteúdo, o que acaba deixando lacunas no aprendizado.

A primeira pergunta do questionário aplicado refere-se ao nível de satisfação dos educandos quanto ao processo de gamificação nas aulas de Matemática através da aplicação de um jogo. Dos 40 alunos entrevistados, 33

gostaram ou amaram essa experiência e nenhum relatou que não gostou, o que nos motiva ainda mais para continuar esse trabalho.

Gráfico 3 - Gamificação nas aulas de Matemática.



Fonte: Gráfico de colunas realizado pela autora sobre a aplicação do *Jogo Problemix*, 2019.

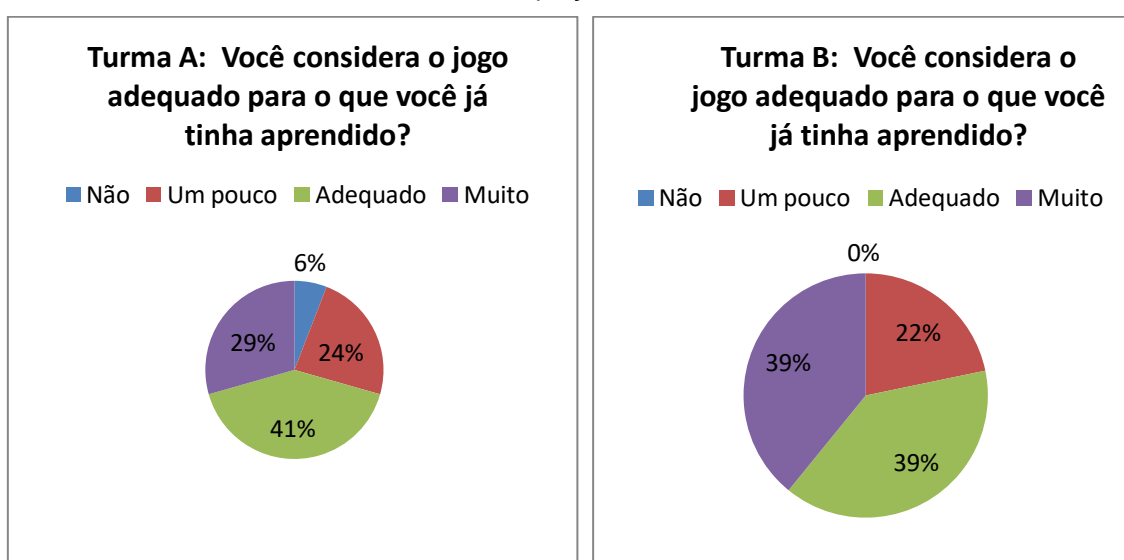
A próxima pergunta feita foi sobre se os educandos consideraram o conteúdo cobrado nos problemas do jogo adequado ao que eles já tinham visto em sala de aula. Aqui existe um viés interessante. Basicamente, todo o conteúdo trabalhado nos problemas que fazem parte do jogo é visto até o quinto ano, pois constitui em operações básicas e frações, entretanto, dois dos conteúdos inseridos no meio e no final do desenvolvimento do jogo não são conteúdos contemplados até esta série no ensino fundamental I, no Brasil. Como o conteúdo do Jogo foi totalmente retirado ou adaptado dos livros da coleção *“Math: no Problem!”*, da Metodologia de Singapura, inserimos dois assuntos trabalhados dentro dos demais de forma sutil e sem complicações, que são Sistemas do Primeiro Grau e Princípio Fundamental da Contagem, conteúdos do oitavo e nono ano do Ensino Fundamental II, respectivamente.

Uma coisa importante que a Metodologia de Singapura nos ensina é que podemos trabalhar conteúdos mais avançados em séries iniciais, desde que esses conteúdos estejam contextualizados e que o nosso foco, como

educadores, esteja voltado às diferentes formas de resolução e à utilização de formas e esquemas visuais adequados para facilitar a compreensão dos nossos educandos.

Então, para que não houvesse um preconceito com relação aos problemas que não faziam parte dos conteúdos ensinados, não falei nada para os alunos durante a realização dos mesmos, para não se sentirem desmotivados. Somente relatei este fato após a conclusão e entrega do jogo e questionários.

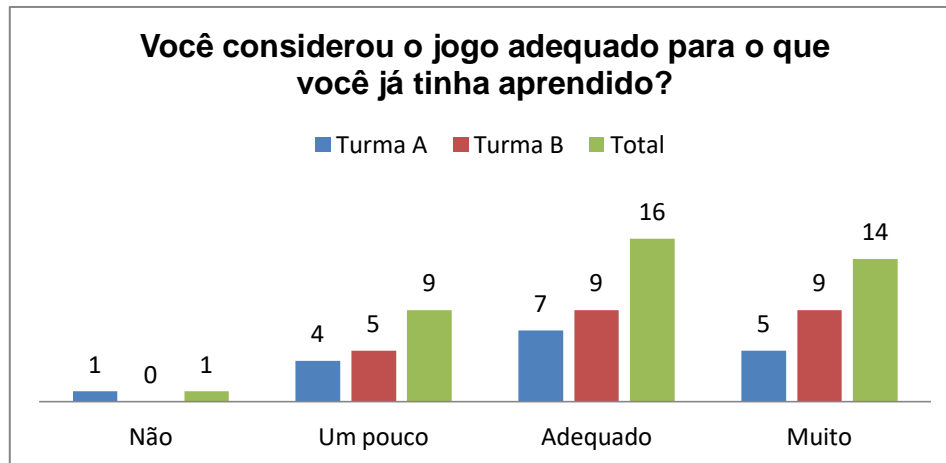
Gráfico 4: Adequação de Conteúdos.



Fonte: Gráficos realizados pela autora, 2019.

Pelo gráfico, podemos observar que 30 das 40 pessoas entrevistadas consideraram os conteúdos vistos no jogo adequados ou muito adequados. Apenas um dos alunos da turma A (matutino) observou que no jogo tinha conteúdo ainda não visto. E realmente, mesmo com dificuldades, os grupos conseguiram concluir os desafios, mesmo aqueles que não eram parte do conteúdo regular.

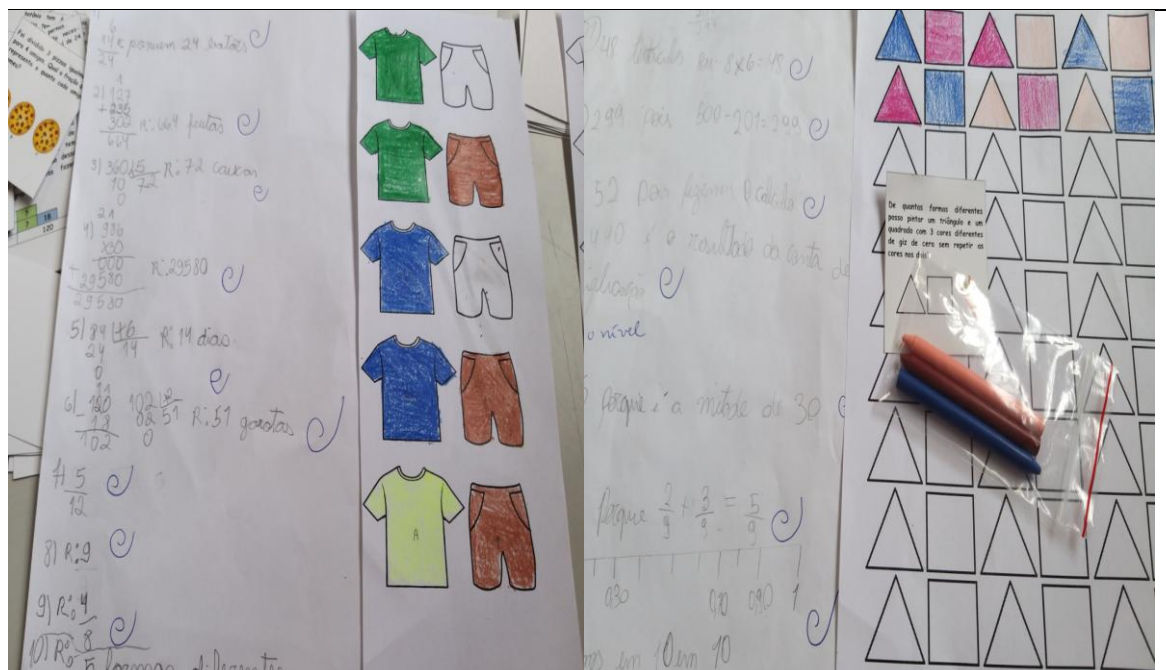
Gráfico 5 - Adequação de conteúdos: comparativo das duas turmas.



Fonte: Gráfico realizado pela autora, 2019.

Abaixo seguem registros fotográficos de algumas das atividades realizadas com o *Jogo Problemix* envolvendo noções de Princípio Fundamental da Contagem (PFC) e número de Possibilidades de um evento.

Figura 39: Resolução de problemas práticos de Princípio Fundamental da Contagem.

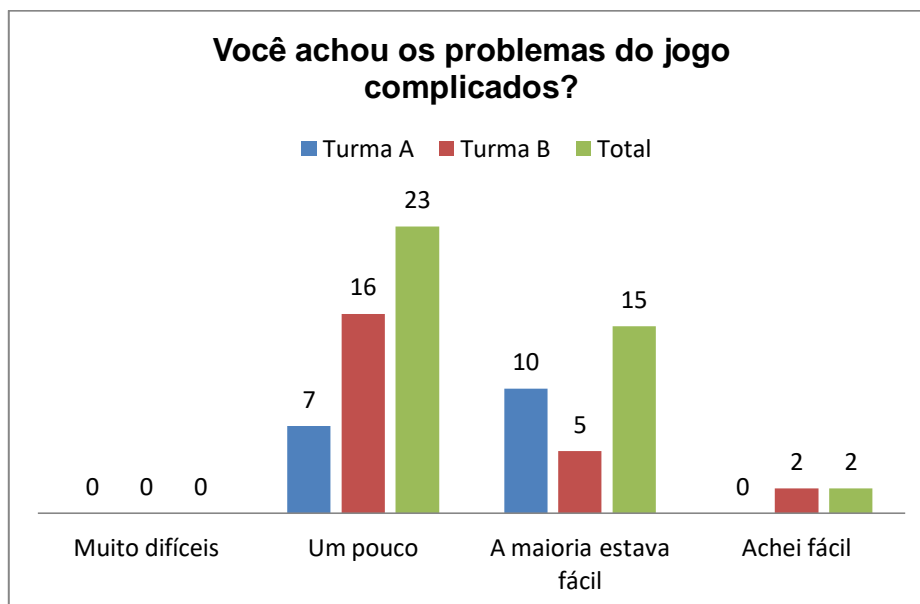




Fonte: Fotos pessoais tiradas pela autora, 2019.

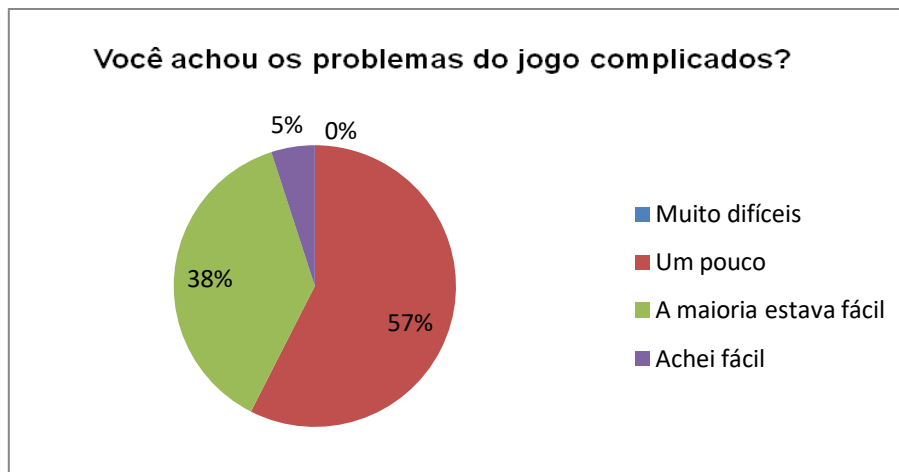
Outra pergunta feita no questionário foi quanto ao nível de complexidade das atividades realizadas.

Gráfico 6 - Nível de complexidade na visão dos estudantes.



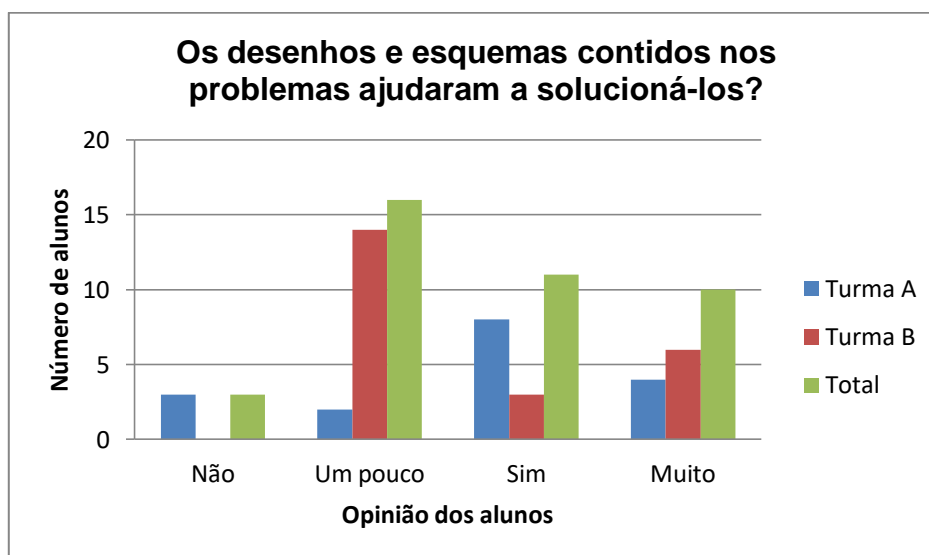
Fonte: Gráfico realizado pela autora, 2019.

A pesquisa mostra que nenhum dos alunos considerou os problemas contidos no jogo muito difíceis. Vinte e três alunos acharam um pouco complicados (57%), quinze considerou a maioria fácil (38%) e dois acharam o jogo tranquilo de resolver (5%).

Gráfico 7 – Porcentagem do Nível de complexidade das questões segundo os alunos.

Fonte: Gráfico realizado pela autora, 2019.

A próxima pergunta refere-se aos desenhos e esquemas contidos nas cartelas e as peças utilizadas para resolver os problemas do jogo. Uma das principais características da Metodologia de Singapura é justamente a utilização de recursos visuais na resolução de problemas. E essa foi uma preocupação grande que tivemos, de sempre utilizar algo visual para representar ou facilitar a resolução do problema, como é em Singapura. Usamos Modelos de Barras e o *Number Bond* sempre que possível. Entretanto, as turmas não tiveram nenhuma aula introdutória explicando sobre a Metodologia de Singapura, sobre o *Number Bond* ou Modelos de Barras, sendo tudo, portanto, muito intuitivo.

Gráfico 8 – Uso de desenhos e esquemas na resolução de problemas.

Fonte: Gráfico realizado pela autora, 2019.

Quando chegaram no nível 3, onde se deparavam com uma multiplicação por números grandes, por exemplo, dos onze grupos que participaram do jogo, reparei que apenas um menino de um grupo do matutino utilizou o recurso dado na cartela realizando a multiplicação através da soma do dados (como na multiplicação por áreas).

Exemplo:

$$\text{Se } 2000 \times 30 = 60000,$$

$$300 \times 30 = 9000 \text{ e}$$

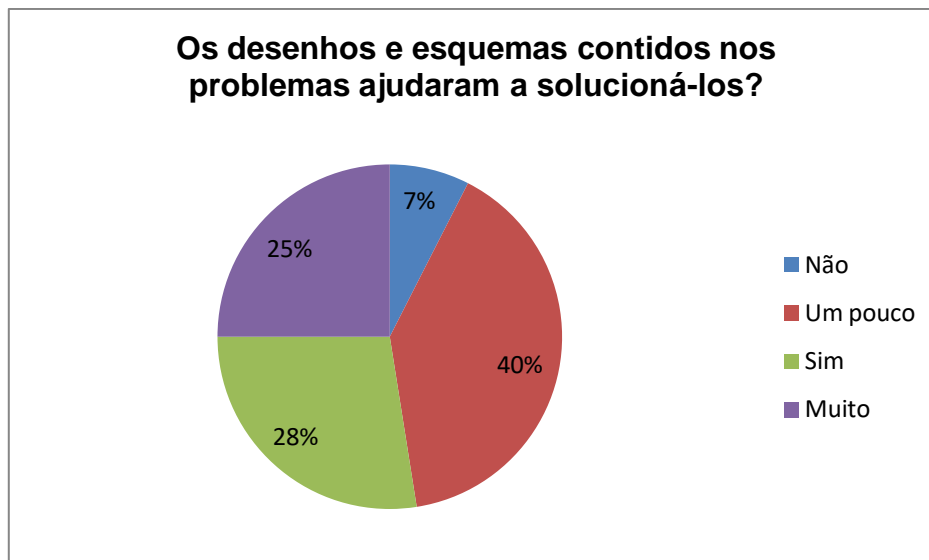
$$50 \times 30 = 1500,$$

$$\text{Calcule } 2350 \times 30.$$

Ora, como $2350 = 2000 + 300 + 50$, $2350 \times 30 = (2000 + 300 + 50) \times 30$, ou seja, $2000 \times 30 + 300 \times 30 + 50 \times 30$, logo, basta somar $60000 + 9000 + 1500 = 70500$, mas em vez de fazer a soma, os alunos faziam a multiplicação tradicional, pois era o que estavam mais acostumados, mesmo sendo um procedimento bem mais lento. Acredito, inclusive, pela conversa que tive com eles no final do jogo, que a grande maioria dos educandos nem tinha se tocado dessa possibilidade antes de eu comentar.

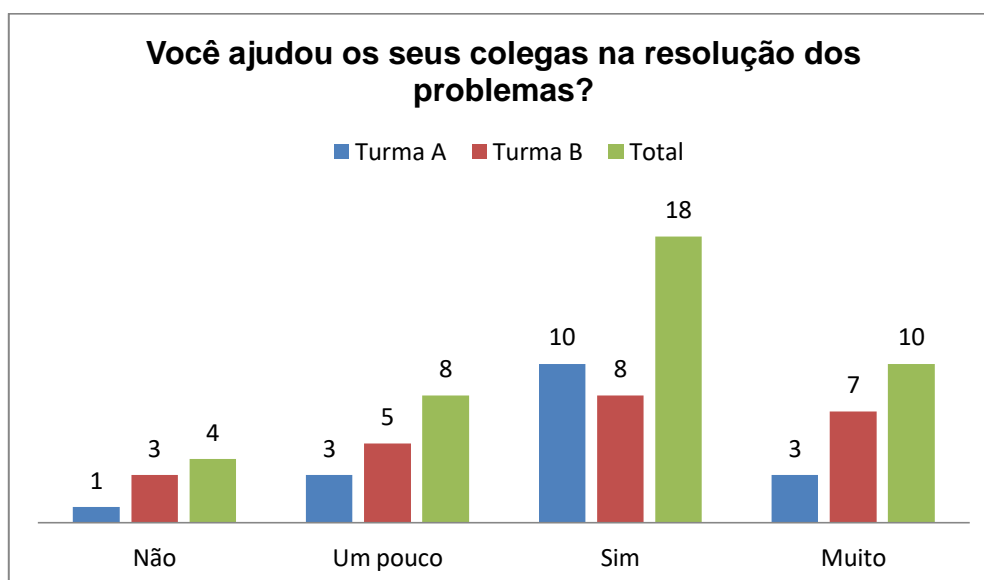
Assim, muitas vezes os desenhos, como os Modelos de Barras já praticamente davam as indicações para as respostas dos problemas ou, no mínimo, indicavam sua interpretação, porém, grande parte dos alunos nem prestava atenção nos desenhos, acreditamos, como já foi dito, que por falta de costume, culpa nossa, pois nós, professores brasileiros, estamos acostumados a trabalhar Matemática apenas com algoritmos e álgebra, deixando muito cedo de lado essa tão importante ferramenta visual.

Podemos perceber pelo gráfico 9 que cerca de 47% dos alunos usou pouco ou nem utilizou os desenhos e esquemas contidos nas cartelas. Já 53% dos estudantes usaram os desenhos, sendo que 25% usou muito, inclusive os componentes de um dos grupos que venceu o jogo, realizando os desafios corretamente e mais rápido, que os demais, relataram que os desenhos ajudaram bastante e que eles davam “dicas” para resolver os problemas.

Gráfico 9 - Porcentagem do relato de ajuda dos desenhos e esquemas.

Fonte: Gráfico realizado pela autora, 2019.

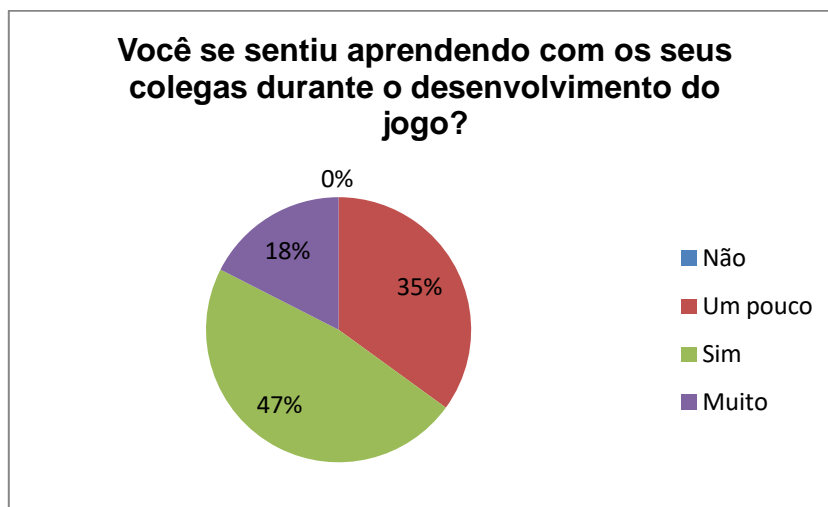
A pergunta posterior foi se os educandos ajudaram seus colegas na resolução dos problemas. Do total de entrevistados, 10% se considerou incapaz de ajudar os colegas, três deles da segunda turma (vespertino), que visivelmente tinha muitos alunos com dificuldades em Matemática; 20% acredita que ajudou seus colegas um pouco, 45% acredita que fez um bom trabalho ajudando os colegas e 25% que ajudou muito, contribuindo efetivamente para o grupo e para os demais colegas de sala depois que acabaram sua parte.

Gráfico 10 - Ajuda aos colegas na resolução dos problemas.

Fonte: Gráfico realizado pela autora, 2019.

Perguntado se eles se sentiram aprendendo com os colegas, quase a metade dos participantes (47%) responderam que sim e 18% que aprenderam muito. Esse foi um resultando bastante satisfatório.

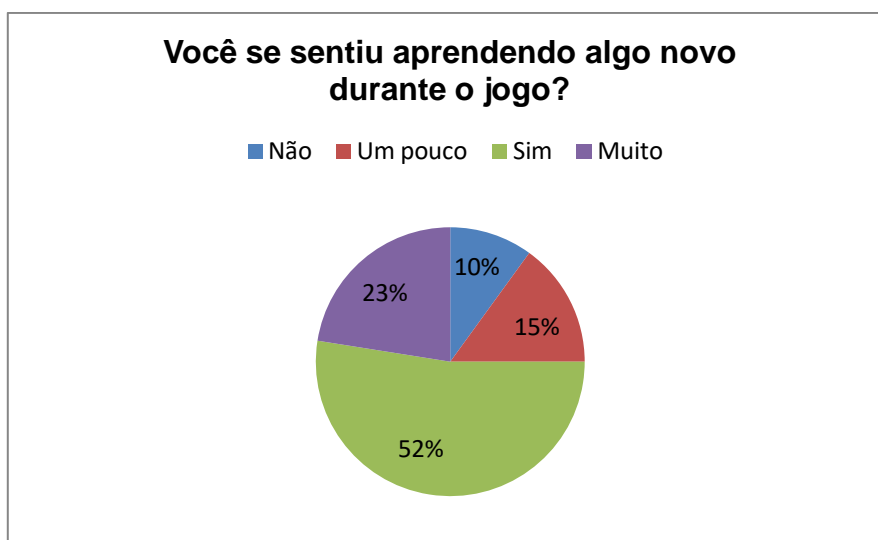
Gráfico 11 - Aprendendo de modo colaborativo.



Fonte: Gráfico realizado pela autora, 2019.

Apesar deles estarem trabalhando com dois conteúdos tecnicamente novos durante o jogo, para 10% deles nada novo foi exercitado. Acredito que se deve ao fato da Metodologia de Singapura ser algo tão sutil e de forma tão tranquila, com desenhos que orientam e facilitam o aprendizado que até algo novo se torna algo não problemático. Repare que 75% dos entrevistados se sentiu aprendendo algo novo durante o jogo.

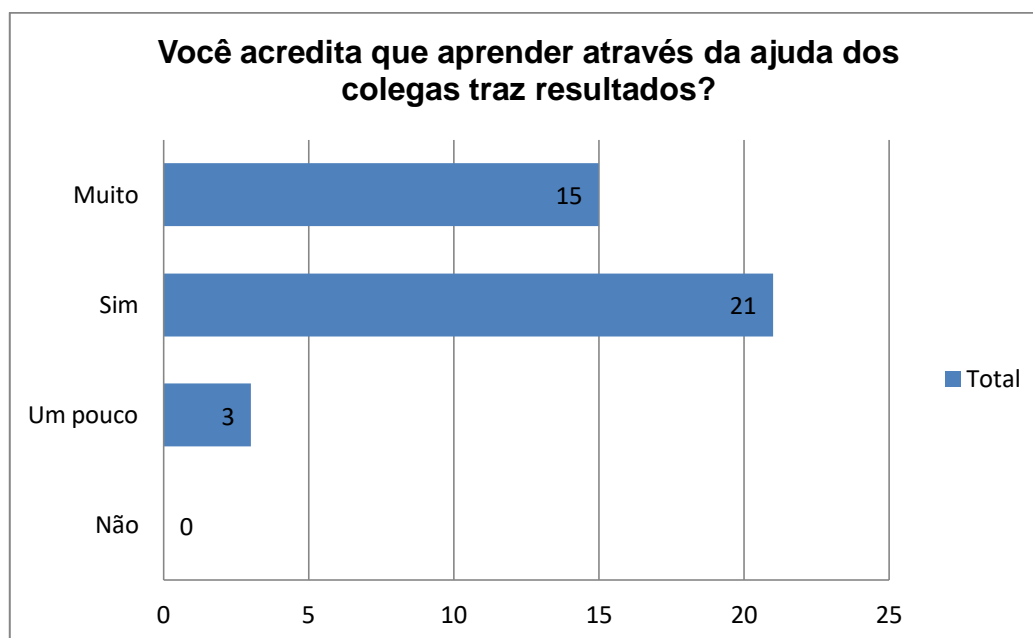
Gráfico 12 – Percepção dos alunos quanto ao novo.



Fonte: Gráfico realizado pela autora, 2019.

Outra pergunta realizada foi se o educando acredita que aprender com os colegas traz resultados benéficos. Sabe-se que estudar em pares e com outros alunos mais experientes os deixam mais à vontade para tirar suas dúvidas, além de um aprender com o outro. Tanto aqueles que tiram dúvidas quanto aqueles que ensinam, auxiliando aqueles que tem mais dificuldade, aprendem mais. Quase todos os alunos entrevistados gostam e se sentem aprendendo com os alunos tutores (alunos que se saíram bem durante o jogo e foram convidados a ajudarem os demais a concluir seus desafios). Quando os colegas ajudam como tutores, os demais se sentem tranquilos, pois sabem que têm um apoio quando a professora está atendendo outro aluno, pois podem perguntar e pedir ajuda para os tutores, que estão presentes.

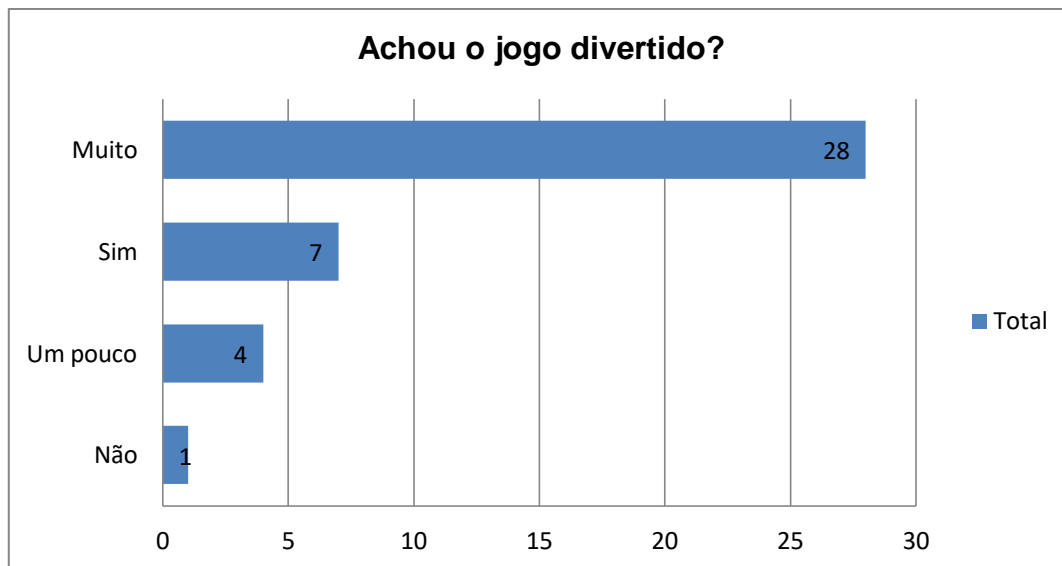
Gráfico 13 - Tutoria traz resultados?



Fonte: Gráfico realizado pela autora, 2019.

Para finalizar, 28 dos 40 alunos acharam o jogo muito divertido e apenas cinco acharam que não foi divertido ou pouco divertido, mesmo sendo um jogo educativo de resolução de problemas de Matemática.

Gráfico 14 – O jogo foi divertido?



Fonte: Gráfico realizado pela autora, 2019.

Para finalizar, queremos deixar registrado que quando perguntando informalmente no final da atividade aos alunos quais os níveis que eles tiveram mais dificuldade, quais os problemas mais difíceis, muitos ainda falaram frações, mas a grande maioria achou os problemas envolvendo sistemas os mais complicados, o que está totalmente coerente com o que já lhes foi ensinado. Entretanto, como diz Sutherland (2009), “...é importante ter consciência de que os estudantes provavelmente já podem resolver qualquer problema que for apresentado com uma ferramenta alternativa” (p. 57) Por exemplo, um aluno do nono ano ou Ensino Médio, provavelmente resolverá um problema envolvendo Sistemas de Equações através de algum método aprendido de resolução de sistemas, como o Método da Adição ou da Substituição, mas o mesmo problema nas mãos de um aluno do quinto ou sexto ano, que ainda não aprendeu nada sobre Equações do Primeiro Grau e muito menos sobre Sistemas, provavelmente será resolvido através de tentativa e erro ou ainda, através de desenhos ou esquemas, mas não quer dizer que ele não irá conseguir solucioná-lo. Aqui está a beleza da Matemática. Um mesmo problema, sendo solucionado de diferentes formas, utilizando conhecimentos diferentes, mas todos com seu valor.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Metodologia do ensino da Matemática de Singapura tem enfoque na resolução de problemas e propõem diferenciadas formas de promover o desenvolvimento do pensamento matemático. Essa metodologia trabalha com a sistematização da compreensão de conceitos antes das técnicas, utilizando uma abordagem visual e concreta que antecede a aprendizagem formal da matemática, tornando tudo mais simples.

Seu ponto forte torna-se a utilização de recursos visuais e o uso de ferramentas pedagógicas que simplificam muito na interpretação e auxiliam na resolução dos problemas. Dentre as principais ferramentas destacam-se os Number Bonds, que trabalham com o raciocínio-lógico matemático simples dentro das operações básicas e são muito bem utilizados, assim como os Modelos de Barras, que são usados em todos os tipos de problemas, inclusive os que não trabalham com frações. A multiplicação por áreas também são um destaque na Metodologia de Singapura, pois trabalha com a decomposição de números decimais, dando um propósito para o que é ensinado.

Nada na Matemática de Singapura é decoreba ou repetição. Tudo é explicado através de exemplos visuais e é contextualizado, tornando-se um aprendizado significativo para o aluno. E esse é o grande investimento que, nós, professores brasileiros, precisamos fazer para proporcionar uma educação de qualidade aos nossos educandos. Enquanto nós brasileiros estamos preocupados com o conteúdo a ser dado, eles se preocupam com a qualidade desses conteúdos. Assim, até os conteúdos mais difíceis podem ser explicados para as turmas de idades menores.

Para trabalhar com essa metodologia dentro da nossa realidade propõe-se nesta dissertação a criação de um jogo. Algo simples para os professores imprimirem e realizarem com seus alunos sem muito stress e sem muito custo. Algo que os alunos se identificassem. Colorido, com muitos desenhos e esquemas que facilitam o entendimento do problema. Em grupo, para pensarem de modo colaborativo, interagindo, cooperando. Estimulando o registro, o aprendizado através do erro, trabalhando com problemas o tempo todo, e, principalmente, desestigmatizando as frações. No final, existe um

aprendizado cooperativo. Onde aqueles mais avançados podem ajudar os demais, ensinando, apreendendo juntos.

De uma forma bastante simplificada, acrescentamos problemas de conteúdos mais avançados no jogo, e pudemos observar na prática que o uso dos modelos de barras e da experimentação visual tão característica de Singapura torna algo possivelmente problemático em algo tranquilo, mostrando que é possível trabalhar conceitos vistos nos últimos anos dos anos finais nos anos iniciais sem problemas. O que mostra que a Metodologia de Singapura não é algo que está fora do nosso alcance, apenas necessita ser estudada e requer certo investimento na formação de docentes.

A pesquisa evidenciou que a gamificação através do jogo PROBLEMIX apresentou bom potencial para promover a aprendizagem dos alunos e de uma forma lúdica, já que 65% dos alunos se sentiram aprendendo durante o jogo, 75% se sentiu aprendendo algo novo, e mais de 87% dos educandos acharam o jogo divertido, logo, o jogo teve uma boa aceitação por parte dos educandos. Por meio destes resultados, é possível concluir que a gamificação aplicada como estratégia de aprendizagem ativa pode ser considerada uma ótima ideia para deixar os alunos atentos, motivados e felizes, pois estarão aprendendo e se divertindo.

De modo geral, nossos objetivos durante a aplicação do *Jogo Problemix* foram alcançados: além de proporcionar uma revisão do conteúdo e a aprendizagem de novos conceitos de forma lúdica, proporcionamos momentos ricos de aprendizado colaborativo, onde um aprende com o outro, e cultivamos a perseverança dos educandos, pois nesse jogo precisa-se refazer cada etapa até acertar, aprendendo com os próprios erros. Contudo, nem todos os educandos quiseram colaborar com os colegas depois de terminar sua parte, mostrando que precisamos desenvolver e aplicar mais práticas que desenvolvem o espírito coletivo de aprendizagem.

Para o futuro, fica o desejo de realizar uma formação continuada para os professores do Ensino Fundamental sobre a Metodologia de Singapura e a aplicação da Gamificação nesse contexto. Afinal, quanto mais o professor estuda, se especializa, mais ele tem propriedade para ensinar e proporcionar uma aprendizagem mais significativa, que é o que desejamos.

REFERÊNCIAS:

AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1982.

BALDIN, Yurico Yamamoto. **Desenvolvimento do pensamento algébrico no currículo de escola básica: caso de modelagem pictórica da Matemática de Singapura**. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 2018: 31-44.

BRANT, Celia Finck Brandt; MORETTI, Mércles Thadeu Moretti. **Ensinar e Aprender Matemática: Possibilidades para a Prática Educativa**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016.

BRASIL, Secretaria da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática 1**. Ed. São Paulo: Editora Ática, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12. Ed. São Paulo: Editora Ática, 1993/ 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 1ª a 5ª séries. Para estudantes do curso Magistério e professores do 1º grau. 12. ed. São Paulo: Editora Ática, 2003.

FERNANDES, Dárida **Sendas de Sucesso com o “Método de Singapura”**. Maio de 2017. Partes 1, 2 e 3. Disponível em:
<<https://www.cfaematosinhos.eu/Edozarfaxinarsn70.htm>> Acesso em 12/12/18.

FERREIRA, Meryellen Roberta Ferreira. Os desafios da escola pública do Paraná em sena perspectiva do professor. Artigos 2014. **Um caminho estratégico para a resolução de problemas na sala de aula para alunos do 6º ano do ensino fundamental**. Versão Online disponível em:
<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uenp_mat_artigo_meryellen_roberta_ferreira.pdf>
Acessado em 22/12/2018.

GRANDO, R. C. **O Jogo e a Matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Editora Paulus, 2004.

HOLETZ, M. S. **Aprendendo e se divertindo: Uma Proposta de Gamificação nas Aulas de Apoio de Matemática**. Artigo disponível em: SCALABRIN, Caren. (org.) Anais Completos. Colóquio Internacional de Educação, [S.l.], v. 4, n. 1, out. 2018. ISSN 2595-8003. P. 631 – 634. Disponível em:
<<http://editora.unoesc.edu.br/index.php/coloquiointernacional/article/view/19681/10433>>. Acesso em: 29 Nov. 2018.

HOLETZ, M. S. Educandos satisfeitos, aprendendo matemática e se divertindo com isso: uma proposta de intervenção através da gamificação nas aulas de apoio pedagógico. In: GARCIA, Marilene. (org.) **Projetos de Metodologias Ativas: Trabalhando diversas realidades educacionais**. Curitiba: Artesanato Educacional, 2019. p. 151 – 171.

HOLETZ, M. S. **Reconhecendo possibilidades do uso de jogos digitais no processo de ensino e de aprendizagem matemática**. Anais do ENFOC Curitiba, 2018.

ITACARAMBI, Ruth Ribas. (org.) **Resolução de problemas: construção de uma metodologia**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

MATTAR, João. **Metodologias Ativas para a Educação Presencial, Blended e a Distância**. São Paulo: Artesanato Educacional, 2017.

MOREIRA, Marco A. **Aprendizagem significativa**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2000.

MOREIRA, Marco A. **Ensino e aprendizagem significativa**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

MOREIRA, Herivaldo. **Critérios e estratégias para garantir o rigor na pesquisa qualitativa**. R. bras. Ens. Ci. Tecnologia, Ponta Grossa, v. 11, 2018: 405-424.

RIBEIRO, Flávia Dias. **Jogos e Modelagem na Educação Matemática**. Curitiba, 2007.

SECON, Elaine Coral. **A Resolução de Problemas como estratégia para o ensino de Matemática na Educação Básica**. (Problem Solution as a strategy for teaching Mathematics at Basic Education) 2009 Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1507-8.pdf>>. Acesso em: 29 Nov. 2018.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; MILANI, Estela. **Cadernos do Mathea: Jogos de Matemática de 6º a 9º ano**. Porto Alegre, Editora Artmed, 2007.

SUTHERLAND, Rosamund. **Ensino Eficaz da Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

TEIXEIRA, Ricardo Emanuel Cunha. **Ensino da Matemática: O Modelo Pentagonal do Currículo de Matemática de Singapura**. *Atlântico Expresso*, 2016, 17-17.

ULBRA. **Tecnologias de Informação e da Comunicação na Educação**. Curitiba: Editora IBPEX, 2007.

YEE, Foong Pui; PEARLYN, Lim Li Gek. **Maths – no problem!** Singapore Maths. Textbook 3A, 3B e Livro de exercícios. United Kingdom, 2018.

APÊNDICES

1. REGRAS DO JOGO

<p>Nome do Jogo:</p> <p>PROBLEMIX – Desenvolvendo Competências Matemáticas básicas diversificadas através da Resolução de Problemas.</p>			
<p>Componente Curricular:</p> <p>Matemática</p>			
<p>Identificação do público (segmento, ano):</p> <p>5^{os} anos do EFI – 1 turma escolar por vez.</p> <p>Observação: O ano escolar aconselhável é o de quintos anos, mas pode ser utilizado também em turmas de sextos ou sétimos anos do Ensino Fundamental II, como forma de rever os conceitos anteriormente estudados. Excelente forma de retomada a ser aplicada no início do ano letivo para turmas de sétimo ano e como revisão do conteúdo, no final do ano letivo, para turmas de sexto ano.</p>			
<p>Número de Participantes:</p> <p>Esse Jogo foi desenvolvido para ser utilizado por toda <u>uma turma</u> de alunos, ou seja, pode ser jogado por até 40 alunos, basta dividir a turma em grupos, que podem ser de dois à cinco alunos em cada grupo. Observe a sugestão abaixo:</p>			
Número de alunos na turma	Divisão de Grupos	Número de alunos para cada grupo	Grupos Sobressalentes
40 alunos	8 grupos	5 alunos	0

39 grupos	9 grupos	4 alunos	1 grupo de 3
38 grupos	7 grupos	4 alunos	2 grupos de 5
37 grupos	8 grupos	4 alunos	1 grupo de 5
36 alunos	9 grupos	4 alunos	0
35 alunos	8 grupos	4 alunos	1 grupo de 3
34 alunos	6 grupos	4 alunos	2 grupos de 5
33 alunos	11 grupos	3 alunos	0
32 alunos	8 grupos	4 alunos	0
31 alunos	7 grupos	4 alunos	1 grupo de 3
30 alunos	10 grupos	3 alunos	0
29 alunos	6 grupos	4 alunos	1 grupo de 5
28 alunos	7 grupos	4 alunos	0
27 alunos	6 grupos	4 alunos	1 grupo de 3
26 alunos	4 grupos	4 alunos	2 grupos de 5
25 alunos	5 grupos	5 alunos	0
24 alunos	5 grupos	5 alunos	0
23 alunos	5 grupos	4 alunos	1 grupo de 3
22 alunos	3 grupos	4 alunos	2 grupo de 5
21 alunos	4 grupos	4 alunos	1 grupo de 5
20 alunos	5 grupos	4 alunos	0

Tipo de Jogo:

Esse é um Jogo de Competição, onde todos os grupos estarão disputando o primeiro lugar, entretanto, é mais que um jogo de competição onde apenas um grupo é vencedor. É um jogo de **colaboração e aprendizagem coletiva**. Nesse jogo todos ganham, pois para passar cada nível, todos precisam acertar, refazendo e aprendendo com seus erros. É um jogo de superação e aprendizagem. O Jogo só termina quando todos passam por todas as fases. Sendo assim, cada avanço, por si só, já é uma conquista. Além disso, assim que os grupos vão terminando os níveis, podem ajudar os demais grupos que estão mais atrasados, ensinando e aprendendo uns com os outros.

Competências a serem desenvolvidas:**Competências específicas da Disciplina:**

1. Realizar operações básicas de soma, subtração, multiplicação e divisão em diferentes contextos, principalmente em problemas;
2. Efetuar cálculos com números fracionários;
3. Resolver problemas envolvendo Sistemas e Princípio Fundamental da Contagem de forma prática e intuitiva.

Outras Competências:

1. Interpretar, resolver e formular problemas através de diferentes estratégias;
2. Compreender conceitos e procedimentos matemáticos;
3. Desenvolver formas de raciocínio matemático;
4. Estabelecer relações entre a Matemática e a sua realidade;
5. Manter uma relação positiva com o aprendizado matemático;
6. Valorizar o conhecimento matemático;
7. Desenvolver atitudes de cooperação e espírito de grupo;
8. Desenvolver a capacidade de análise, a formulação de hipóteses e a tomada de decisões em situações diversas;
9. Desenvolver o senso crítico e a criatividade;
10. Complementar o conteúdo a partir da contribuição de colegas;
11. Debater a partir de uma problematização.

Conteúdos a serem abordados:

1. Operações com números inteiros;
2. Operações com números fracionários;
3. Sistemas de equações;
4. Princípio Fundamental da Contagem.

Objetivos do Jogo:

1. Revisar conteúdos de matemática básica através da resolução de problemas;
2. Introduzir novos conceitos de forma lúdica;
3. Desenvolver aprendizado cooperativo e colaborativo;
4. Aprimorar o aprendizado através dos erros.

Peças do Jogo:**1- Cartelas específicas para cada Nível do Jogo:**

Nível	Número de Cartelas	Assunto
1	12	Resolução de Problemas utilizando operações de soma ou subtração.
2	12	Resolução de Problemas utilizando operações de multiplicação ou divisão.
3	12	Resolução de Multiplicações através da decomposição.
4	12	Resolução de Problemas utilizando mais de uma das quatro operações básicas.
5	12	Resolução de Problemas envolvendo Equações e Sistemas de Equações.
6	12	Exercícios visuais envolvendo operações de soma ou subtração de frações.
7	12	Exercícios visuais envolvendo equivalências de frações e o conceito de frações na reta numérica.
8	12	Resolução de Problemas utilizando operações de multiplicação de frações por um inteiro.
9	12	Resolução de Problemas utilizando as operações básicas com frações.
10	10	Problemas utilizando o Princípio Fundamental da Contagem.

2- Cartelas Especiais (Extras): 3 cartelas de “**Pule o nível**” espalhadas entre os cinco primeiros níveis e 5 cartelas de “**Escolha o desafio**” espalhadas entre os cinco primeiros níveis.

3- Material Manipulável: Caixas de Material Dourado e tiras do Modelo de Barras, utilizado na Metodologia de Singapura.

4- Material Escolar Pessoal: Folhas para rascunhos para as contas, lápis, borracha, caneta, lápis de cor ou giz de cera.

Observação: Calculadoras não serão permitidas.

Regras do Jogo e Jogabilidade:

1- Montando os Grupos:

Existem varias formas de montar grupos, o ideal é que o professor utilize sempre uma forma diferente, para que os grupos formados em trabalhos e aulas práticas não sejam sempre compostos pelas mesmas pessoas. No caso da aplicação do Jogo, sugerimos a divisão de forma que cada grupo elenque um representante como secretário e líder da equipe.

2- O líder e o secretário: quais suas funções?

Depois de cada grupo formado e devidamente organizado, preferencialmente sentados todos juntos em mesas redondas ou na junção de carteiras, um aluno é escolhido como líder e um como secretário, em cada grupo. O líder não apenas tenta manter o foco do grupo na atividade proposta e o mantêm motivado, como é o contato direto do grupo com o professor. É ele que entrega as soluções e recebe as próximas cartelas. Já o Secretário, registra as soluções assim como as resoluções, de forma organizada, para que o professor possa fazer a conferência e também para que o grupo revise o que fez, descobrindo, se necessário, os erros que cometeram, para o grupo aprender com eles.

3- A escolha dos desafios.

A Jogabilidade é simples. Inicialmente, os líderes são chamados pela professora, que disponibiliza várias cartelas de diferentes níveis (separadas pelos níveis e com os problemas virados para baixo) e cada um dos líderes, dispostos em uma fila, vão escolhendo aleatoriamente (sem ver os enunciados) um problema do nível 1, e voltando para seus grupos para tentar resolver esse desafio. Cada grupo pegará um desafio por vez, começando todos pelo mesmo nível e aumentando de acordo com o ritmo de cada grupo.

4- Como aumentar o nível?

Com o desafio em mãos, os componentes do grupo, irão discutir e tentar resolver o problema solicitado, fazendo seus registros individuais. Depois de o grupo chegar à uma solução consensual, em que todos os seus componentes concordam, o secretário registrará em uma folha de papel o desenvolvimento das contas realizadas pelo grupo, assim como seu resultado, de acordo com o problema escolhido em cada nível e o líder encaminhará a possível solução até a professora, que orientará o educando a pegar uma cartela de um nível superior, caso a resposta estiver correta, ou retomar ao seu grupo para refazer o problema, caso estiver respondido erradamente, possibilitando um repensar do problema pelo grupo, que só passará para novo nível do jogo, quando conseguir resolver corretamente aquele desafio.

5- Utilizando Material Manipulável:

Para facilitar a compreensão dos problemas, cada grupo deverá ter à disposição, além do material escolar, uma caixa com o Material Dourado e tiras do Modelo de Barras, que poderão utilizar sempre que acharem necessário.

6- O que são as Cartelas Especiais?

No meio das cartelas com os problemas, algumas cartelas especiais serão inseridas, que estão intituladas como *“Pule o nível”* e *“Escolha o desafio”*.

As cartelas de *Pular o nível* passam imediatamente para o nível posterior, sem precisar fazer desafios naquela fase do jogo. Já o *Escolha o desafio*, o líder poderá ver os problemas das cartelas daquele nível e escolher o exercício que o grupo irá resolver. Observação: Nesse caso, o líder não poderá escolher uma cartela especial "*Pule o nível*".

7- Quem ganha nesse jogo?

Cada grupo deverá completar todos os desafios e aquele que completar o último desafio corretamente primeiro é o grande vencedor.

8- Quem ganha DE VERDADE nesse jogo.

Apesar de haver um grupo apenas que será o primeiro a vencer todos os desafios, aconselha-se que o professor oriente os alunos a continuarem a realizar os desafios até concluírem todos os níveis, podendo até sugerir com que os alunos dos grupos vencedores circulem na sala de aula e auxiliem os demais a concluírem as suas etapas. Assim, todos ganham: os alunos mais avançados, que aprendem ensinando, os alunos que têm dificuldades, aprendendo com seus erros e posteriormente com os seus colegas, e o professor que consegue, de uma forma lúdica, conquistar a atenção dos seus alunos e revisar/retomar o conteúdo lecionado, oportunizando que seus alunos ponham em prática seus conhecimentos e esclareçam suas dúvidas brincando.

Recursos didáticos necessários:

Os recursos são poucos, e o custo depende do tipo de material utilizado para confeccionar o Jogo. As barras e as cartelas do Jogo podem ser impressas em papel cartão ou simples papel A4. Também podem ser escritas à mão ou utilizando canetinhas hidrocores em papéis reutilizáveis ou materiais recicláveis. O Material Dourado pode ser comprado em EVA, Madeira ou feito através de recortes em papel cartão. Tudo depende dos recursos oferecidos pela escola, da contribuição dos alunos e da disponibilidade do professor orientador.

Proposta de Avaliação (sugestão para o professor):

Primeiramente, o professor orientador poderá observar a interação do grupo, a participação dos integrantes na elaboração das tentativas de resolução do Jogo e no desenvolvimento dos registros individuais e na manipulação dos materiais em sala, no desempenho do líder e na atuação e registros do secretário de cada grupo.

No final do Jogo, o professor também pode sugerir uma avaliação do Jogo e da participação do grupo, que pode ser inicialmente feita de forma oral, onde cada um pode, voluntariamente, falar sobre o jogo, o que gostou ou não, o que aprendeu, que estratégia utilizou para resolver um determinado problema, etc. Os alunos que terminaram antes e ajudaram os colegas também podem ser convidados a relatarem essa experiência. Nesse momento dá para observar bem quem realmente aprendeu alguma coisa com o jogo, quem se dedicou para ensinar os outros e quem colocou a mão na massa. Esses relatos serão importantes para o educador avaliar a atuação dos seus alunos e também o aproveitamento do Jogo.

Outra ideia interessante para avaliar os alunos depois da aplicabilidade do Jogo seria a de realizar uma Auto e Heteroavaliação, onde os alunos fazem uma reflexão individual sobre o seu desempenho, avaliando a si mesmos e também opinando sobre os indivíduos do seu grupo (sugestão de modelo em anexo).








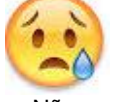
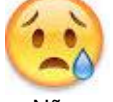


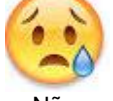




2. MODELO DE FICHA DE AUTO E HETEROAVALIAÇÃO DA PARTICIPAÇÃO NO JOGO:

LOGO	Autoavaliação dos Jogos		MATEMÁTICA		Nome: _____	
					Prof. _____	
Meu entendimento da proposta de trabalho	Minha capacidade de participar no grupo	Minha capacidade de aceitar as sugestões dos demais	Minha capacidade de trabalhar com autonomia	Minha agilidade para realizar os problemas		
Nº	Nomes dos Componentes do grupo	Participou da discussão e/ou contribuiu com ideias?	Participou efetivamente da realização do Jogo?	Entendeu-se bem com os colegas do grupo?	Mostrou-se proativo (beneficiando todo o grupo)?	
<p>1 – ruim 2 – razoável 3 – bom 4 – muito bom 5 – ótimo</p> <p>Observações: Favor registrar as observações pessoais ou de colegas no verso desta ficha.</p>						

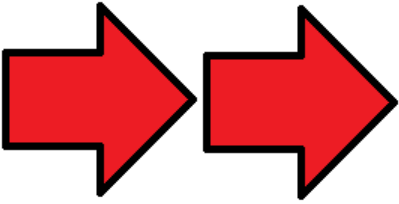
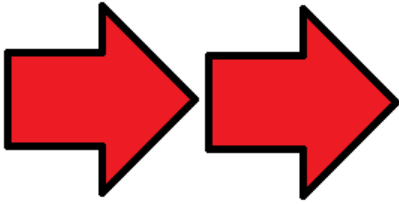
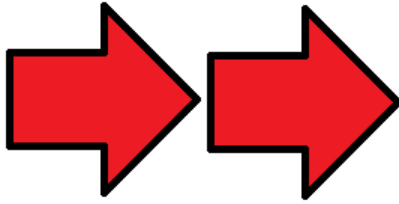
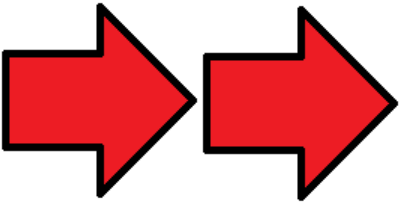
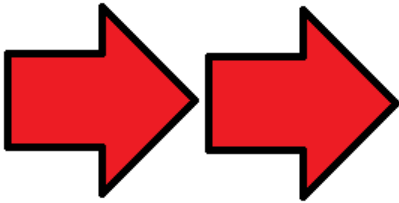
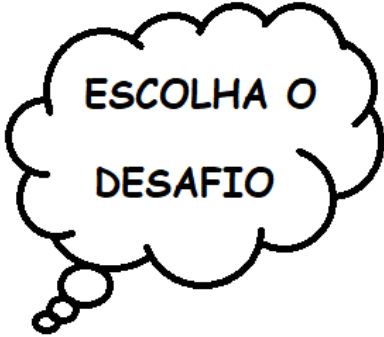
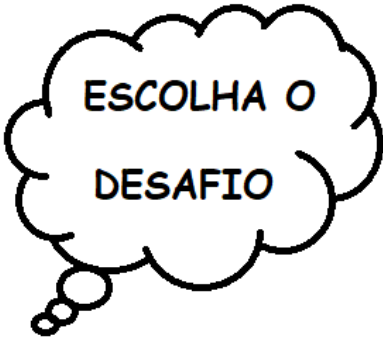
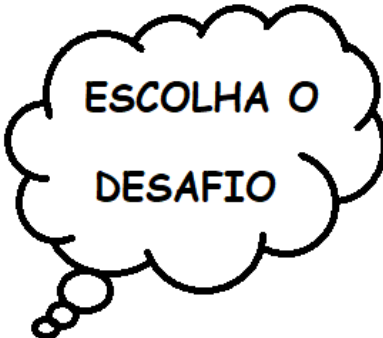
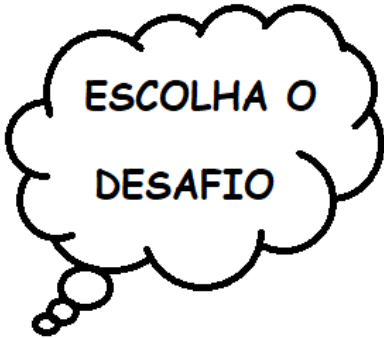
3. QUESTIONÁRIO REFERENTE À APLICAÇÃO DO JOGO PROBLEMIX:

Caro estudante. Esse questionário será utilizado para saber se o Jogo conseguiu atingir o seu propósito e também ouvir suas críticas e elogios, para podermos melhorar o nosso produto, entendendo seus pontos fortes e fracos, para assim, podermos proporcionar aulas mais dinâmicas e contextualizadas. Por isso, responda com toda sinceridade. Obrigada.

Professora Melissa Samanta Holetz.

<p>QUESTÃO 1: O que você achou de ter aulas de Matemática baseadas na aplicação de um Jogo?</p>				
	Não gostei.	Foi razoável.	Gostei.	Amei.
<p>QUESTÃO 2: Você considerou o Jogo adequado para o que você já tinha aprendido?</p>				
	Não.	Um pouco.	Adequado.	Muito.
<p>QUESTÃO 3: Você achou os problemas do Jogo complicados?</p>				
	Muito difíceis.	Um pouco.	A maioria era fácil.	Achei fácil.
<p>QUESTÃO 4: Você percebeu que à medida que o Jogo avançava o nível de dificuldade dos exercícios aumentava?</p>				
	Não.	Um pouco.	Sim.	Muito.
<p>QUESTÃO 5: Você achou que os DESENHOS e esquemas contidos nos problemas ajudaram a solucioná-los?</p>				
	Não.	Um pouco.	Sim.	Muito.
<p>QUESTÃO 6: Você AJUDOU os seus colegas na resolução dos problemas?</p>				
	Não.	Um pouco.	Sim.	Muito.
<p>QUESTÃO 7: Você se sentiu aprendendo COM OS SEUS COLEGAS durante o desenvolvimento do Jogo?</p>				
	Não.	Um pouco.	Sim.	Muito.
<p>QUESTÃO 8: Você se sentiu aprendendo algo NOVO durante o desenvolvimento do Jogo?</p>				
	Não.	Um pouco.	Sim.	Muito.
<p>QUESTÃO 9: Você acredita que aprender em grupos, através da ajuda de colegas traz resultados?</p>				
	Não.	Um pouco.	Sim.	Muito.
<p>QUESTÃO 10: Achou o Jogo divertido?</p>				
	Não.	Um pouco.	Sim.	Muito.

4. PEÇAS DO JOGO PROBLEMIX

 <p>PULE O NÍVEL</p>	 <p>PULE O NÍVEL</p>	 <p>PULE O NÍVEL</p>
 <p>PULE O NÍVEL</p>	 <p>PULE O NÍVEL</p>	 <p>ESCOLHA O DESAFIO</p>
 <p>ESCOLHA O DESAFIO</p>	 <p>ESCOLHA O DESAFIO</p>	 <p>ESCOLHA O DESAFIO</p>

Renato construiu 216 aviões de papel. Foram 39 aviões a mais que Everton. Quantos aviões de papel Everton construiu?

216	
?	39

1A

Maria tem 15 canetas. João tem 23 canetas. Quantas canetas os dois têm ao total?

15	23
?	

1B

Samuel tem 45 camisetas. Seu pai tem 39 camisetas. Quantas camisetas Samuel têm a mais que seu pai?

39	?
45	

1C

36 alunos tocam na banda do colégio. Desses estudantes, 19 são meninos. Quantas meninas tocam na banda desse colégio?

36	
19	?

1D

Antônia precisa fazer 400 docinhos para uma festa de casamento. Ela já terminou 270 docinhos. Quantos docinhos ainda faltam?

400	
270	?

1E

Luíza tinha 500 livros. Vendeu 201 para os amigos. Quantos livros Luíza ainda têm?

500	
201	?

1F

Uma fazendeira colheu 127 tomates, 235 maçãs e 302 morangos. Quantas frutas a fazendeira colheu?

127	235	302
?		

1G

No dia 12, os correios receberam 358 cartas para enviar. No dia 13, 289 cartas. Quantas cartas a menos do dia 12 receberam no dia 13?

358	
289	?

1H

Eva tem 98 conchas. Charles tem 23 conchas a mais que Eva. Quantas conchas os dois têm juntos?

98	
98	23
?	

1I

Em um concerto havia 71 pessoas e dessas, 29 eram mulheres. Quantos homens haviam no concerto?

71	
?	29

1J

Davi tem 136 bermudas. Charles tem 43 bermudas a menos que Davi. Quantas bermudas Charles têm?

136	
?	43

1K

Lulu tem 205 ursos de pelúcia. Manuela tem 40 ursos a mais que Lulu. Quantos ursos de pelúcia Manuela têm?

?	
205	40

1L

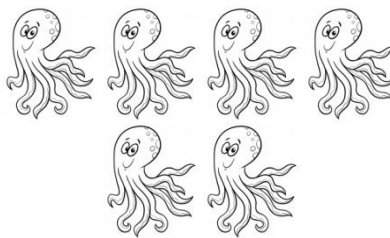
Em cada Caixa de biscoitos que um grupo de estudantes vende, tem 5 biscoitos. Para conseguir financiar um passeio escolar, os estudantes precisam vender 360 biscoitos. Quantas caixas eles precisam vender para alcançar essa quantidade?



<http://www.supercoloring.com/pt/desenhos-para-colorir/feriados/feliz-natal/biscoitos-de-gengibre-de-natal>

2A

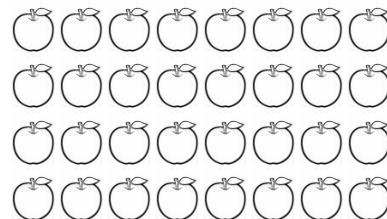
Um polvo tem 8 tentáculos. Quantos tentáculos tem ao todo 6 polvos?



https://br.freepik.com/vetores-premium/livro-de-colorir-de-desenhos-animados-de-personagem-de-polvo_3681246.htm

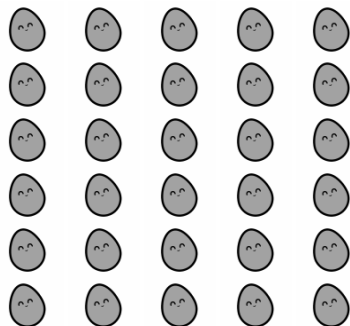
2B

Separando 32 maçãs para 8 pessoas receberem igualmente, quantas maçãs cada pessoa irá receber?



2C

Dividindo igualmente 30 ovos para 5 famílias, quantos ovos cada família receberá?



2D

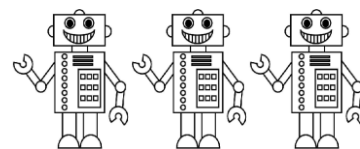
A professora quer montar grupos de 4 pessoas para um trabalho e na sua turma tem 12 alunos. Quantos grupos ela formará?



https://br.freepik.com/vetores-premium/pagina-de-colorir-para-criancas-da-escola_1700350.htm

2E

Em um a loja, certos robôs são vendidos em caixas. Cada caixa contém 3 robôs dessa mesma coleção. Bernardo comprou 9 dessas caixas. Quantos robôs Bernardo comprou?



<https://www.deseenhosecolorir.com.br/robos>

2F

Uma aranha tem oito pernas. Quantas aranhas serão necessárias para somar um total de 24 pernas?



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
24

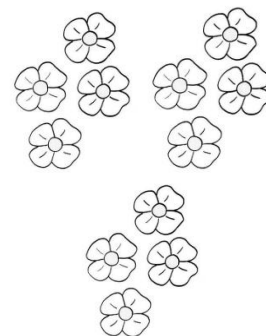
2G

Antônio tem 6 camisas. Cada camisa tem 4 botões. Quantos botões possuem todas as camisas juntas?



2H

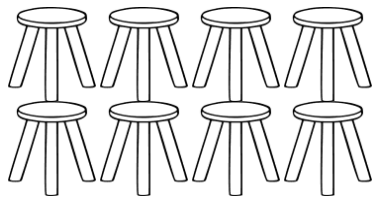
Um tipo de flor possui 4 pétalas. Quantas pétalas terão 12 flores desse tipo?



<http://guiaavare.com/noticia/flores-moldes>

2I

Daniel tem 8 bancos em casa. Cada banco tem 3 pés. Quantos pés todos os seus bancos possuem juntos?



<https://publicdomainvectors.org/pt/vetorial-gratis/Imagem-vetorial-de-tr%C3%AAs-pernas-de-fezes/18939.html>

2J

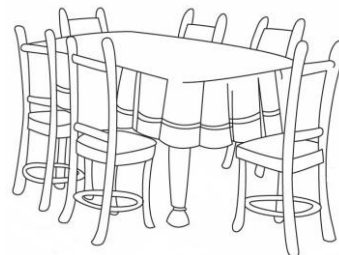
Ian foi até a papelaria e comprou 9 pacotes de figurinhas. Cada pacote continha 8 figurinhas. Quantas figurinhas Ian comprou?



designed by freepik.com

2K

Eduardo ajudou a arrumar as mesas do salão para uma festa. Contou 42 cadeiras. Se tinham 6 cadeiras para cada mesa, quantas mesas tinham no salão?



<http://www.tudodesenhos.com/d/ mesa-e-cadeiras-na-sala-de-jantar>

2L

Sabendo que:
 $400 \times 30 = 12000$,
 $50 \times 30 = 1500$
e $8 \times 30 = 240$,

calcule:
 $458 \times 30 = ?$

3A

Sabendo que:
 $800 \times 30 = 24000$,
 $40 \times 30 = 1200$
e $7 \times 30 = 210$,

calcule:
 $847 \times 30 = ?$

3B

Sabendo que:
 $500 \times 40 = 20000$,
 $80 \times 40 = 3200$
e $6 \times 40 = 240$,

calcule:
 $586 \times 40 = ?$

3C

Sabendo que:
 $900 \times 50 = 45000$,
 $50 \times 50 = 2500$
e $7 \times 50 = 350$,

calcule:
 $957 \times 50 = ?$

3D

Sabendo que:
 $600 \times 70 = 42000$,
 $40 \times 70 = 2800$
e $2 \times 70 = 140$,

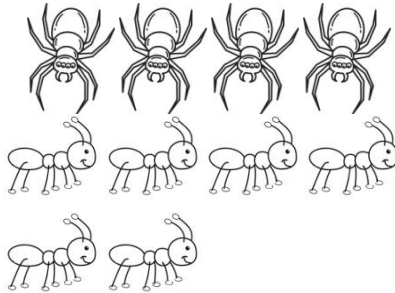
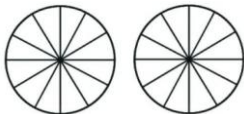
calcule:
 $642 \times 70 = ?$

3E

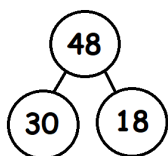
Sabendo que:
 $900 \times 30 = 27000$,
 $80 \times 30 = 2400$
e $6 \times 30 = 180$,

calcule:
 $986 \times 30 = ?$

3F

<p>Sabendo que: $200 \times 60 = 12000$, $50 \times 60 = 3000$ e $4 \times 60 = 240$,</p> <p>calcule: $254 \times 60 = ?$</p> <p style="text-align: center;">3G</p>	<p>Sabendo que: $900 \times 80 = 72000$, $40 \times 80 = 3200$ e $5 \times 80 = 400$,</p> <p>calcule: $945 \times 80 = ?$</p> <p style="text-align: center;">3H</p>	<p>Sabendo que: $400 \times 50 = 20000$, $70 \times 50 = 3500$ e $6 \times 50 = 300$,</p> <p>calcule: $476 \times 50 = ?$</p> <p style="text-align: center;">3I</p>												
<p>Sabendo que: $900 \times 70 = 63000$, $60 \times 70 = 4200$ e $2 \times 70 = 140$,</p> <p>calcule: $962 \times 70 = ?$</p> <p style="text-align: center;">3J</p>	<p>Sabendo que: $600 \times 80 = 48000$, $50 \times 80 = 4000$ e $4 \times 80 = 320$,</p> <p>calcule: $654 \times 80 = ?$</p> <p style="text-align: center;">3K</p>	<p>Sabendo que: $700 \times 60 = 42000$, $30 \times 60 = 1800$ e $9 \times 60 = 540$,</p> <p>calcule: $739 \times 60 = ?$</p> <p style="text-align: center;">3L</p>												
<p>Bia encheu 8 balões. Isadora encheu o dobro de balões de Bia. Daniela encheu 12 balões a mais que Isadora. Quantos balões as 3 amigas encheram juntas?</p> <table border="1" data-bbox="228 1630 600 1787"> <tbody> <tr> <td>Bia</td> <td>8</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Isadora</td> <td>8</td> <td>8</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Daniela</td> <td>8</td> <td>8</td> <td>12</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">4A</p>	Bia	8			Isadora	8	8		Daniela	8	8	12	<p>Aranhas tem 8 pernas e formigas tem 6. Quantas pernas terão 4 aranhas e 6 formigas juntas?</p>  <p style="text-align: center;">4B</p>	<p>Eduarda convidou três amigos para comer pizza na sua casa. Encomendou duas pizzas para comer entre eles. Cada pizza foi dividida em 12 pedaços iguais. Se Eduarda e seus amigos dividirem as pizzas igualmente para todos, quantos pedaços cada um poderá comer?</p>  <p style="text-align: center;">4C</p>
Bia	8													
Isadora	8	8												
Daniela	8	8	12											

Catarina faz duas xícaras de chá por dia. Ela usa três cubos de açúcar para cada xícara de chá. Uma jarra contém 48 cubos de açúcar. Quantas xícaras de chá Catarina pode fazer com a jarra de cubos de açúcar?



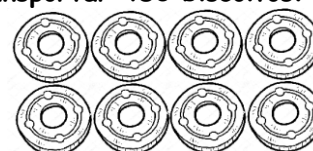
4D

Edna comprou quatro sacos de laranja. Cada saco tinha 25 laranjas. Quantos sacos Edna ainda precisará comprar para ter 300 laranjas?

25	25	25	25
25	25	25	25
25	25	25	25

4E

Uma transportadora está levando a uma loja caixas que contém quatro caixinhas menores com biscoitos. Se cada caixa menor tem no total 8 biscoitos, quantas caixas maiores ela precisaria ter para transportar 480 biscoitos?



4F

Haviam três vezes mais meninos que meninas brincando no pátio da escola. Se o total de meninos era 78, quantas crianças estavam brincando no pátio?

meninos			
meninas			

4G

Brian reparou que na sua festinha de aniversário tinha quatro vezes mais meninos que meninas. Se o total de meninas era 8, quantas crianças estavam na festa de Brian?

meninos				
meninas				

4H

Numa mesa Bruna colocou 18 lápis e em outra mesa, Samuel colocou o dobro de lápis que Bruna colocou na primeira mesa. Quantos lápis Bruna e Samuel colocaram nas duas mesas juntos?

Bruna	18	
Samuel		

4I

Juliana convidou 28 pessoas para uma festinha no seu apartamento. No dia, entretanto, apareceram na festa o triplo do número de pessoas que Juliana tinha convidado. Quantas pessoas vieram à festinha de Juliana sem serem convidadas?

Convidadas	28		
Total			

4J

Jaqueline encheu 32 balões para a festa de aniversário do seu irmão Paulinho. Sua mãe, no entanto, encheu quatro vezes mais esse número de balões. Quantos balões foram cheios no total?

Jaque	32			
mãe				

4K

Otávio convidou 30 pessoas para uma festa. No dia, entretanto, apareceram na festa o quádruplo do número de pessoas a mais que ele tinha convidado. Quantas pessoas vieram à festa de Otávio no total?

Convidadas				
Total				

4L

Há 18 garotos a mais que meninas participando da segunda fase de uma Olimpíada de Matemática. Sabendo que tem 120 crianças participando dessa fase, quantas garotas fazem parte do grupo?

Meninas	?	
Meninos	?	18
Total	120	

5A

Juntas, Luisa, Amanda e Daniele possuem 26 bonecas. Luisa tem 5 vezes o número de bonecas que Amanda tem. Amanda tem duas bonecas a mais que Daniele. Quantas bonecas Amanda tem?

Luisa	5 vezes nº de Amanda
Amanda	?
Daniele	nº de Amanda menos dois
Total	26

5B

Há 12 garotos a mais que meninas em um clube de futebol. Sabendo que tem 94 crianças nesse clube, quantas garotas fazem parte dele?

Meninas	?	
Meninos	?	12
Total	94	

5C

Eduardo, Lucas e João têm, juntos, 92 balas. Sabendo que Eduardo tem o triplo da quantidade de balas que Lucas tem e que Lucas tem 2 balas a menos que João, calcule o número de balas que Lucas possui.

Eduardo			
Lucas			
João		2	

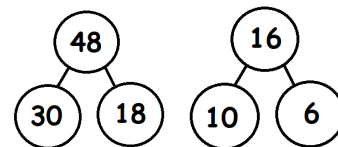
5D

Juntas, Vitória, Ana e Manuele possuem 30 bonecas. Vitória tem 3 vezes o número de bonecas que Ana tem. Ana tem 5 bonecas a mais que Manuele. Quantas bonecas Ana têm?

Vitória	3 vezes nº de Ana
Ana	?
Manuele	nº de Ana menos 5
Total	30

5E

Catarina faz duas xícaras de chá por dia. Ela usa três cubos de açúcar para cada xícara de chá. Uma jarra contém 48 cubos de açúcar. Quantos dias ela levará para usar a jarra inteira de cubos de açúcar?



5F

Um grupo de estudantes foi visitar um museu acompanhado por alguns professores. Cada 4 estudantes foi acompanhado por 1 adulto professor. Sabendo que o grupo era formado por 80 pessoas e o número de meninas era o mesmo de meninos, quantos meninos pertenciam ao grupo?

estudantes			
professores			

5G

Almeida, Silva e Souza têm juntos 106 figurinhas de futebol. Sabendo que Almeida tem o triplo da quantidade de figurinhas que Silva e que Silva tem 6 a menos que Souza, calcule o número de figurinhas que Silva possui.

Almeida			
Silva			
Souza		6	

5H

Um grupo de estudantes foi visitar um parque acompanhados por alguns educadores. Cada 3 estudantes foi acompanhado por 1 professor. Sabendo que o grupo era formado por 60 pessoas e o número de meninas era o dobro de meninos, quantos meninos pertenciam ao grupo?

estudantes			
professores			

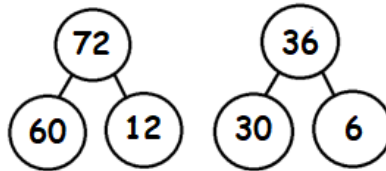
5I

Sabrina, Gustavo e Carla têm, juntos, 96 balas. Sabendo que Sabrina tem o triplo da quantidade de balas que Gustavo tem e que Gustavo tem 6 balas a menos que Carla, calcule o número de balas que Gustavo possui.

Sabrina				
Gustavo				
Carla			6	

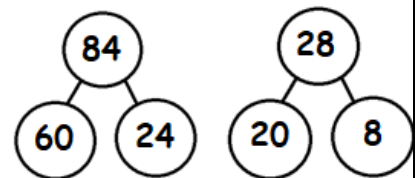
5J

Cláudia toma três xícaras de café por dia. Ela usa dois cubos de açúcar para cada xícara de café. Uma jarra contém 72 cubos de açúcar. Quantos dias ela levará para usar a jarra inteira de cubos de açúcar?



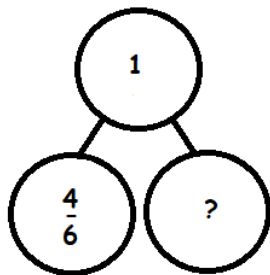
5K

Constanza toma dois copos de suco de laranja por dia. Ela usa três cubos de açúcar para cada copo. Uma jarra contém 84 cubos de açúcar. Quantos dias ela levará para usar a jarra inteira de cubos de açúcar?



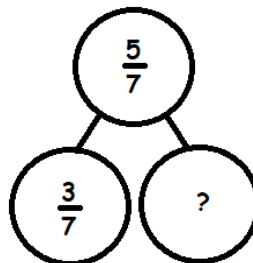
5L

Pensando na soma de frações, qual a fração que falta?



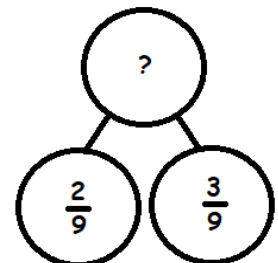
6A

Pensando na soma de frações, qual a fração que falta?



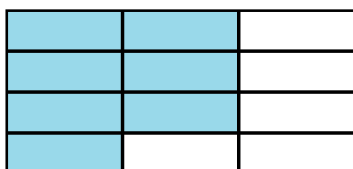
6B

Pensando na soma de frações, qual a fração que falta?



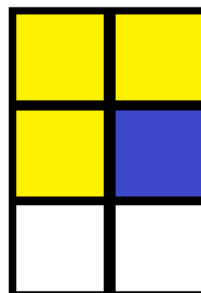
6C

Quanto precisamos somar a $7/12$ para chegar a 1 unidade?



6D

Quanto precisamos somar a $1/6$ e $3/6$ para chegar a 1 unidade?



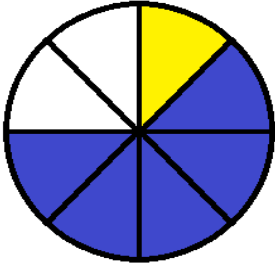
6E

Quanto precisamos somar a $4/12$ e $6/12$ para chegar a 1 unidade?



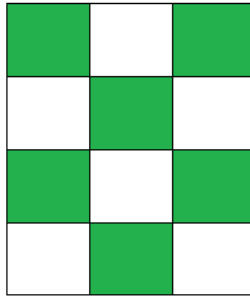
6F

Quanto corresponde $\frac{6}{8} - \frac{1}{8}$?



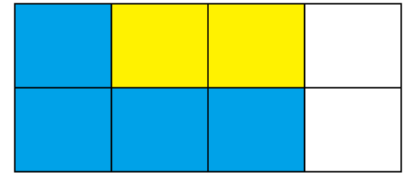
6G

Quanto corresponde $1 - \frac{6}{12}$?



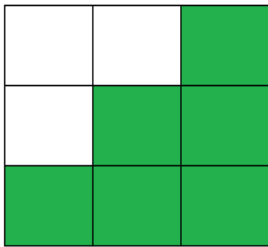
6H

Quanto corresponde $\frac{6}{8} - \frac{2}{8}$?



6I

Quanto precisamos tirar de 1 inteiro para chegar a $\frac{6}{9}$?



6J

Quanto precisamos tirar de 1 inteiro para chegar a $\frac{5}{8}$?



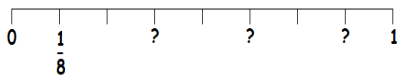
6K

Quanto precisamos tirar de 1 inteiro para chegar a $\frac{4}{6}$?



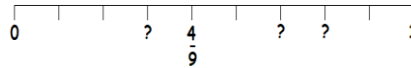
6L

Quais os números fracionários que estão faltando? Substitua as interrogações por frações.



7A

Quais os números fracionários que estão faltando? Substitua as interrogações por frações.



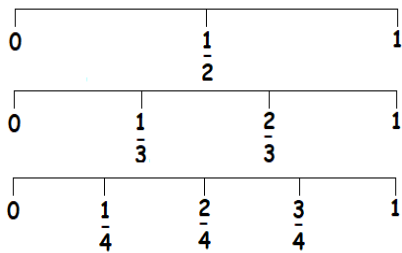
7B

Quais os números fracionários que estão faltando? Substitua as interrogações por frações ou números decimais.



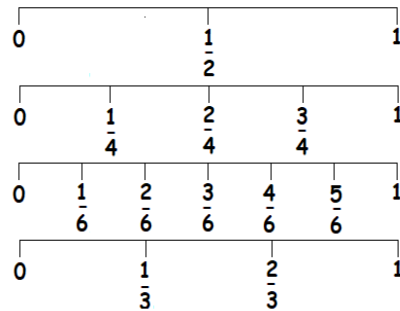
7C

Observe e responda: Qual a fração equivalente a $\frac{2}{4}$?



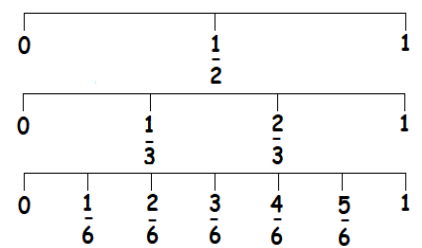
7D

Observe e responda: Qual a fração equivalente a $\frac{2}{6}$?



7E

Observe e responda: Qual a fração equivalente a $\frac{3}{6}$?



7F

Observe e responda: Qual a fração equivalente a $\frac{3}{5}$ que possui denominador 10?



$$\frac{3}{5} = \frac{?}{10}$$

7G

Observe e responda: Qual a fração equivalente a $\frac{2}{3}$ que possui denominador 6?



$$\frac{2}{3} = \frac{?}{6}$$

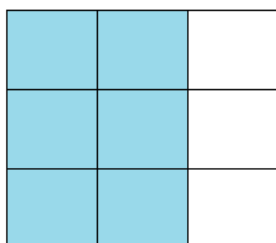
7H

Observe e responda: Qual a fração equivalente a 1 que possui denominador 3?



7I

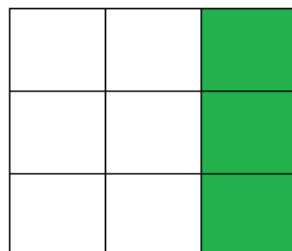
Observe e responda: Que número deve substituir corretamente a interrogação?



$$\frac{2}{3} = \frac{6}{?}$$

7J

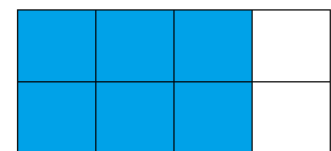
Observe e responda: Que número deve substituir corretamente a interrogação?



$$\frac{1}{3} = \frac{3}{?}$$

7K

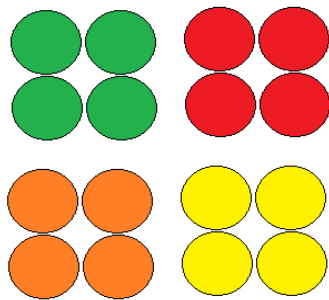
Observe e responda: Que número deve substituir corretamente a interrogação?



$$\frac{6}{?} = \frac{3}{4}$$

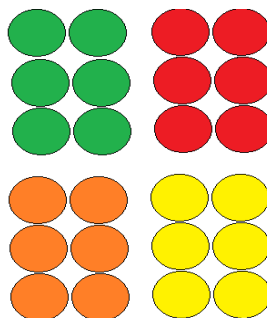
7L

Quanto vale $\frac{3}{4}$ de 16 peças?



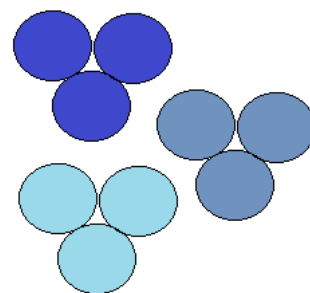
8A

Quanto equivale $\frac{3}{4}$ de 24 peças?



8B

Quanto equivale $\frac{2}{3}$ de 9 peças?



8C

Quanto corresponde $\frac{3}{4}$ de 8 crayons?



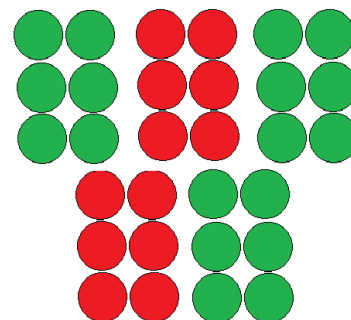
8D

Quanto corresponde $\frac{1}{2}$ de 28 maçãs?



8E

Quanto vale $\frac{3}{5}$ de 30 peças?



8F

Quantos dias correspondem $\frac{1}{3}$ de 30 dias?

Novembro						
Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado	Domingo
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

8G

Quantos dias correspondem $\frac{2}{3}$ de 30 dias?

Novembro						
Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado	Domingo
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

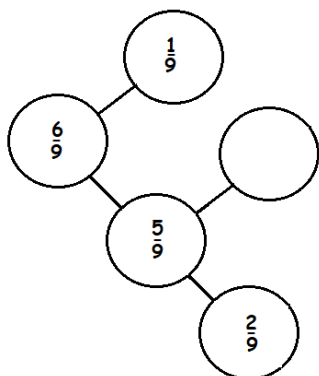
8H

Quantos dias correspondem $\frac{1}{2}$ de 30 dias?

Novembro						
Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado	Domingo
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

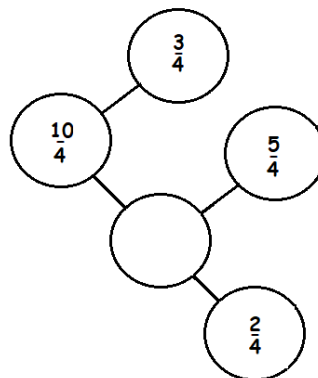
8I

Complete o espaço realizando a operação necessária.



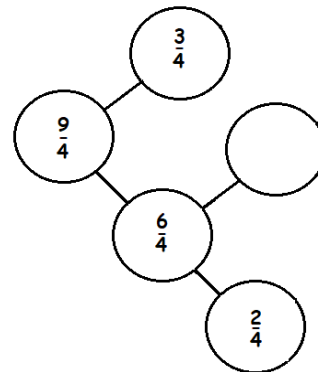
8J

Complete o espaço realizando a operação necessária.



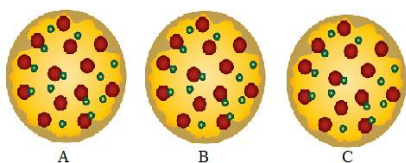
8K

Complete o espaço realizando a operação necessária.



8L

Foi dividido 3 pizzas igualmente para 4 amigos. Qual a fração que representa o quanto cada amigo comeu?



9A

Eduarda comeu $\frac{1}{4}$ de uma pizza. Qual a fração que representa o que sobrou da pizza?



9B

A pizza abaixo foi dividida igualmente para 4 amigos. Qual a fração que representa o quanto cada amigo comeu?



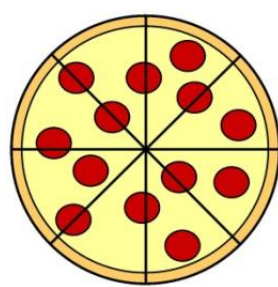
9C

Edu comeu $\frac{1}{8}$ de uma pizza. Elis comeu $\frac{3}{8}$. Qual a fração que representa o que os dois comeram juntos?



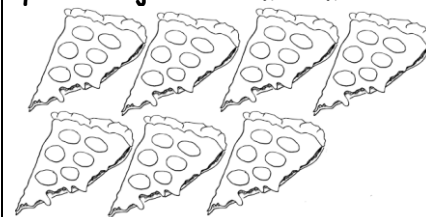
9D

Amir comeu $\frac{6}{8}$ da pizza. Isa comeu apenas $\frac{2}{8}$. Qual a fração que representa o quanto Amir comeu a mais que Isa?



9E

José e seus amigos comeram 7 pedaços de pizza cada um. Qual a fração que representa o número de pedaços de pizza que José comeu com relação ao número de pedaços de pizza que os 4 juntos comeram?



9F

Sete garotas dividiram seis cupcakes igualmente entre si. Qual a fração que representa a quantidade de cupcakes que cada garota comeu?



9G

Charles comeu $\frac{2}{7}$ de um torta salgada de frango. Seu amigo Daniel comeu $\frac{3}{7}$ da mesma torta. Qual a fração que representa o total da torta salgada que os dois garotos já comeram?



9H

Charles comeu $\frac{2}{7}$ de um torta salgada de frango. Seu amigo Daniel comeu $\frac{3}{7}$ da mesma torta. Qual a fração que representa o total da torta salgada que os dois garotos não comeram?



9I

Victória deu fez com sua mãe 20 cupcakes deliciosos. Ela deu $\frac{1}{4}$ deles para sua melhor amiga Lulu. Quantos cupcakes Lulu ganhou?



9J

Luciana comprou 18 donnuts. Ela deu $\frac{5}{6}$ deles para sua irmã. Quantos donnuts sobraram?



9K

Luana comprou 18 donnuts. Ela deu $\frac{2}{6}$ deles para sua irmã. Quantos donnuts sua irmã ganhou?



9L

Natália tem 5 cores diferentes de giz de cera. De quantas formas diferentes ela poderá colorir uma camiseta e uma calça de um ursinho, sendo que ela quer colorir a camiseta de azul ou amarelo e a calça de verde, marrom ou preto?



<https://www.pintarcolorir.com/en/desenhos/rupe-urso/pintar-colorir-rupe-urso-028>

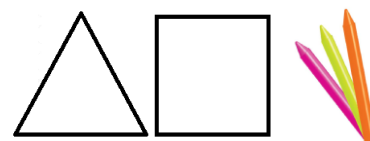
Lucas tem 3 camisas e 2 bermudas. De quantas formas diferentes Lucas poderá se vestir, utilizando uma dessas camisas e uma dessas bermudas?



<http://www.supercoloring.com/pt/desenhos-para-colorir/camisas-polo>

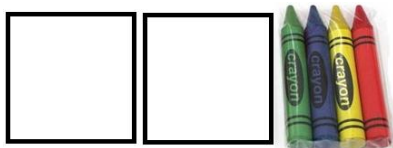
10B

De quantas formas diferentes posso pintar um triângulo e um quadrado com 3 cores diferentes de giz de cera?



10A

De quantas formas diferentes posso pintar dois quadrados com 4 cores diferentes de giz de cera sem repetir a mesma cor nos dois?



10D

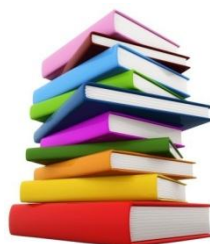
Lucas tem 3 camisas e 2 bermudas. De quantas formas diferentes Lucas poderá se vestir, utilizando uma dessas camisas e uma dessas bermudas, desde que não utilize a blusa amarela com a bermuda branca?



<http://www.supercoloring.com/pt/desenhos-para-colorir/camisas-palo>

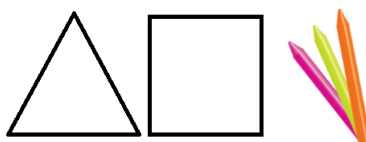
10F

Samuel leu a metade dos livros que sua amiga Ana lhe emprestou. Ana tem 48 livros e emprestou $\frac{3}{4}$ do que tem a Samuel. Quantos livros Samuel já leu?



10D

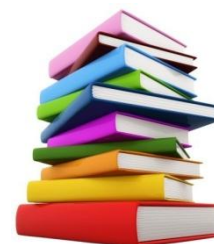
De quantas formas diferentes posso pintar um triângulo e um quadrado com 3 cores diferentes de giz de cera sem repetir as cores nos dois?



10G

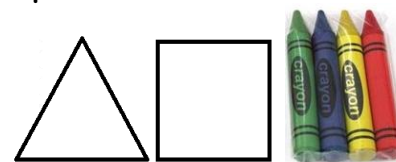
10C

Victor leu um terço dos livros que sua amiga Ema lhe emprestou. Ema tem 100 livros e emprestou $\frac{3}{4}$ do que tem a Victor. Quantos livros Victor já leu?



10E

De quantas formas diferentes posso pintar um triângulo e um quadrado com 4 cores diferentes de giz de cera sem repetir as cores nos dois?



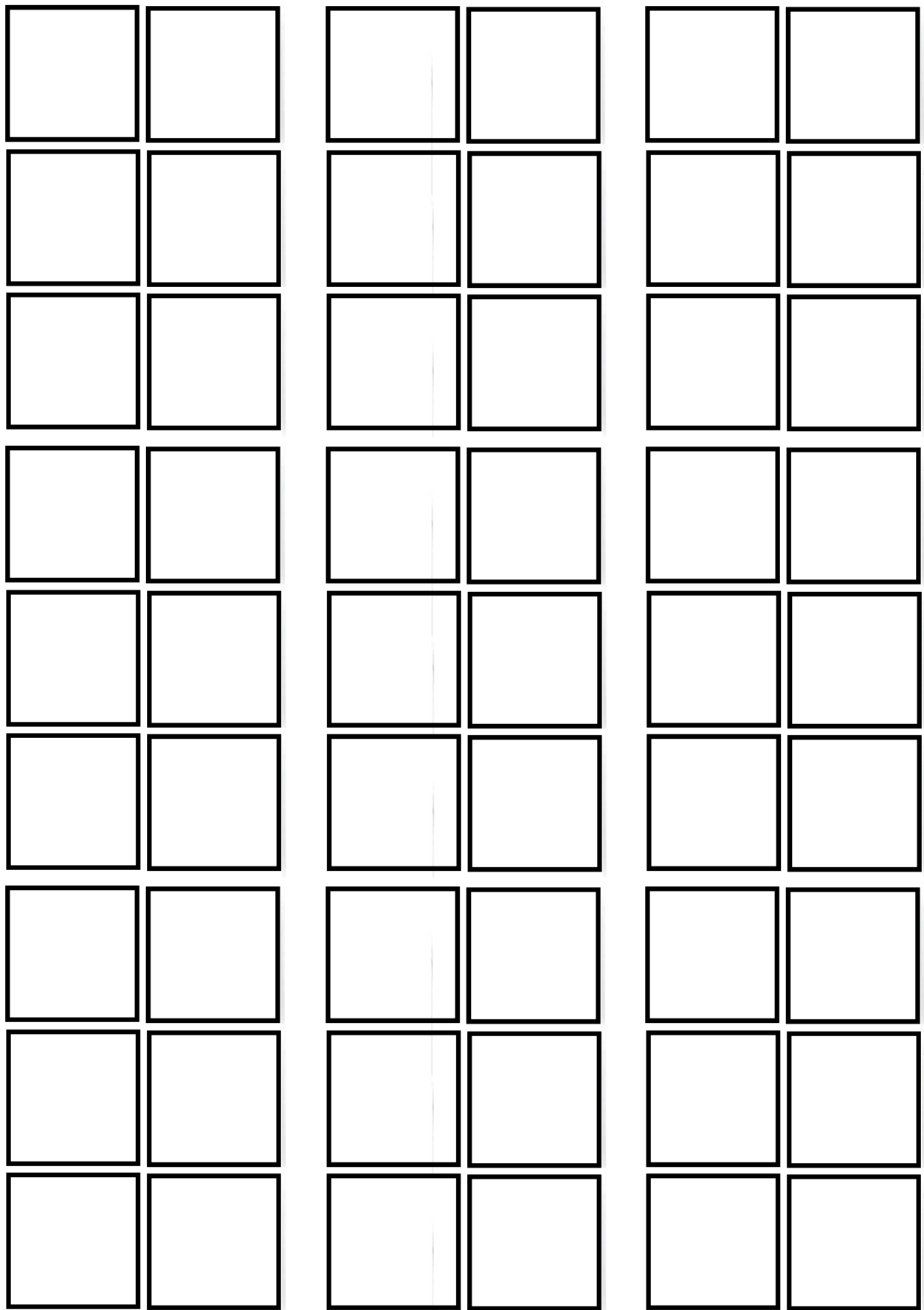
10H

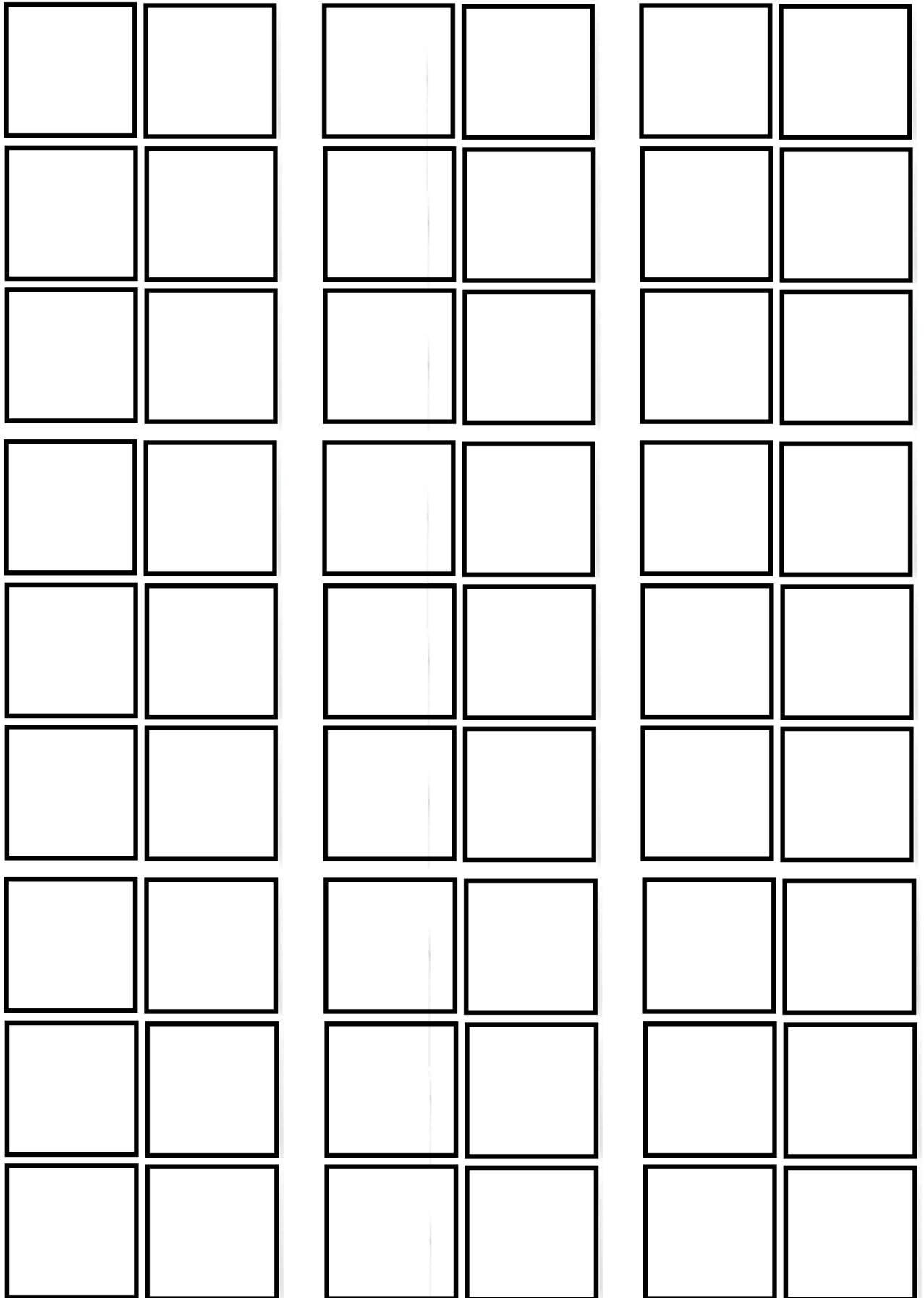
Natália tem 4 cores diferentes de giz de cera. De quantas formas diferentes ela poderá colorir uma camiseta e uma calça de um ursinho, sendo que ela quer colorir a camiseta de azul ou amarelo e a calça de marrom ou preto?

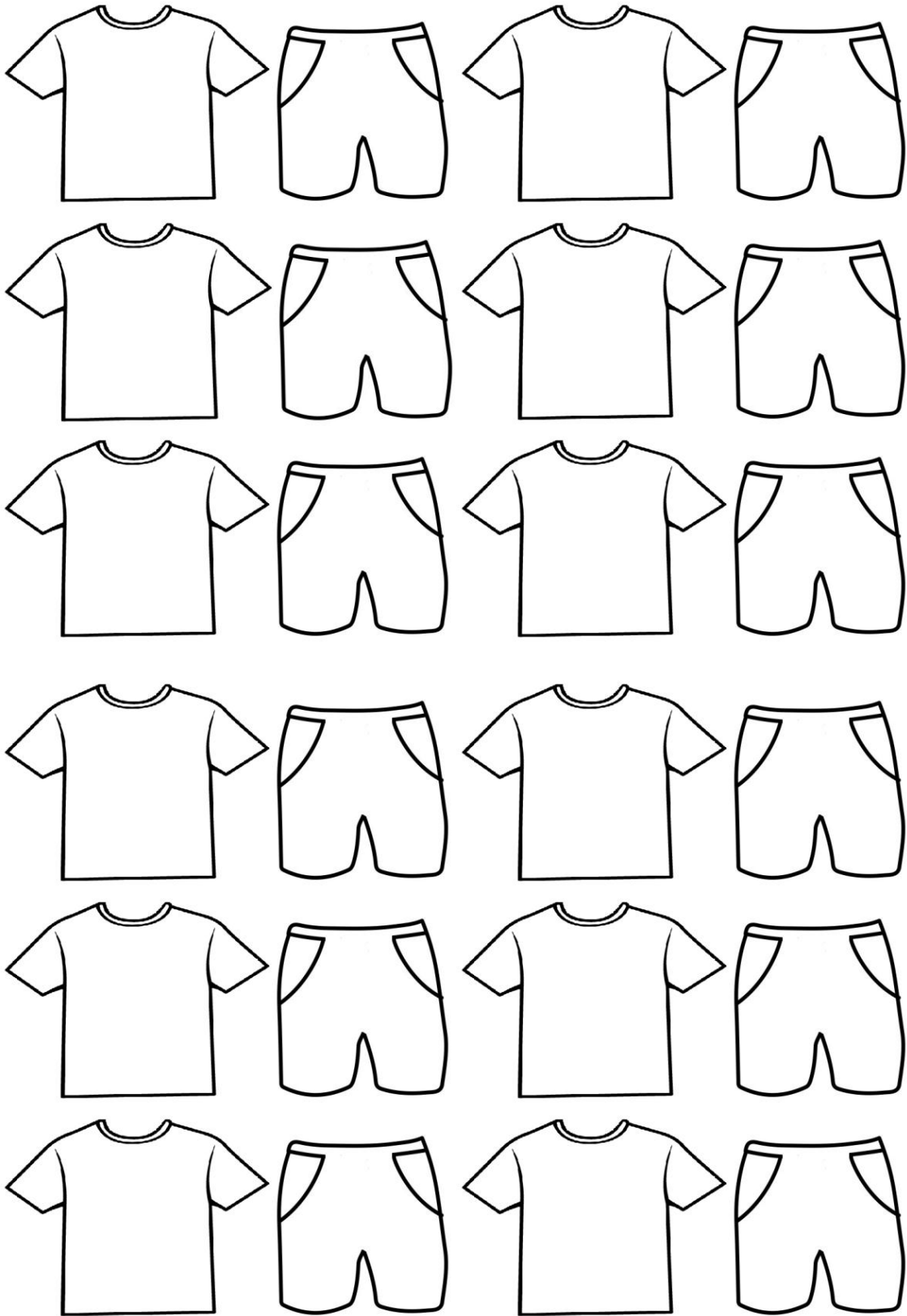


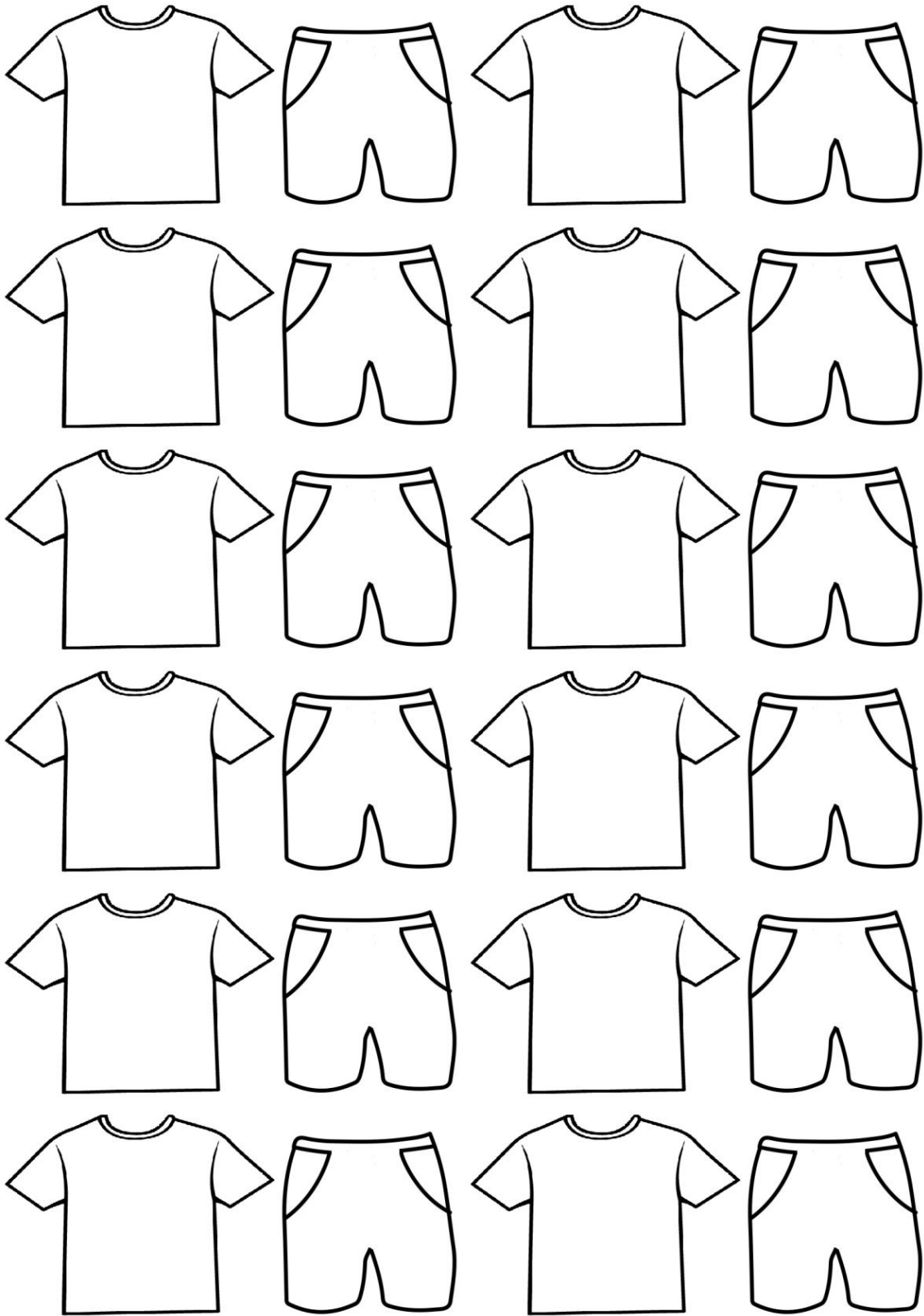
<https://www.pintarcolorir.com/en/desenhos/ruPERT-urso/pintar-colorir-ruPERT-urso-028>

10I









PROBLEMIX

CONTEÚDOS:

OPERAÇÕES BÁSICAS

OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

ENSINO FUNDAMENTAL

MELISSA SAMANTA HOLETZ

GERMANO B. AFONSO

1. GABARITO DO JOGO PROBLEMIX

Gabarito Problemix

CARTA	RESULTADO	CARTA	RESULTADO
1A	177	2A	72
1B	38	2B	48
1C	6	2C	4
1D	17	2D	6
1E	130	2E	3
1F	299	2F	27
1G	664	2G	3
1H	69	2H	24
1I	121	2I	48
1J	42	2J	24
1K	93	2K	72
1L	245	2L	7
3A	13.740	4A	52
3B	25.410	4B	68
3C	23.440	4C	8
3D	47.850	4D	16
3E	44.940	4E	8
3F	29.580	4F	15
3G	15.240	4G	104
3H	75.600	4H	40
3I	23.800	4I	54
3J	67.340	4J	56
3K	52.320	4K	160
3L	44.340	4L	180

5A	51	6A	2/6 ou 1/3
5B	4	6B	2/7
5C	41	6C	5/9
5D	18	6D	5/12
5E	7	6E	2/6 ou 1/3
5F	8	6F	2/12 ou 1/6
5G	40	6G	5/8
5H	20	6H	6/12 ou 1/2
5I	20	6I	4/8 ou 1/2
5J	16	6J	3/9 ou 1/3
5K	12	6K	3/8
5L	14	6L	2/6 ou 1/3
7A	3/8, 5/8, 7/8	8A	12
7B	3/9, 6/9, 7/9	8B	18
7C	1/10, 3/10, 7/10, 9/10	8C	6
7D	1/2	8D	6
7E	1/3	8E	14
7F	1/2	8F	18
7G	6	8G	10
7H	4	8H	20
7I	3/3	8I	15
7J	9	8J	3/9 ou 1/3
7K	9	8K	7/4
7L	8	8L	4/4 ou 1
9A	3/12 ou 1/4	10A	6
9B	3/4	10B	6
9C	3/12 ou 1/4	10C	9
9D	4/8 ou 1/2	10D	12
9E	4/8 ou 1/2	10E	18
9F	7/28 ou 1/4	10F	25

9G	<i>7/6</i>	10G	5
9H	<i>5/7</i>	10H	6
9I	<i>2/7</i>	10I	10
9J	5	10J	4
9K	3		
9L	6		